

Errores de modelos de líneas de transmisión ante variaciones de longitud y carga

Transmission Line Model Errors under Variations in Length and Loading

Pedro Téllez Cuevas ¹
Jacinto Torres Jiménez ²
Sergio Iván Morga Bonilla ³

Tecnológico Nacional de México,
Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango,
Huauchinango, MÉXICO

¹ ORCID: 0000-0002-3235-1898 / ingelecptc@gmail.com

² ORCID: 0000-0002-8006-6397 / jacintotorres2015@gmail.com

³ ORCID: 0000-0003-3809-9344 / sergio.mb@huauchinango.tecnm.mx

<https://cientifica.site>

Recibido 26/09/2026, aceptado 26/10/2026, publicado 30-10-2026.



Resumen

Se comparan los modelos de línea corta, π nominal y parámetros distribuidos para determinar cómo varían sus discrepancias en régimen permanente ante cambios de longitud, nivel de carga y factor de potencia. Se analiza una configuración trifásica equilibrada de 400 kV y 50 Hz bajo 168 condiciones, obtenidas mediante la combinación de 14 longitudes entre 20 y 400 km, cuatro niveles de potencia activa y tres factores de potencia. Las formulaciones se implementan en MATLAB mediante parámetros ABCD, con entradas comunes y el modelo distribuido como referencia matemática. Para la línea corta, las medianas de los errores de magnitud de tensión y corriente del extremo emisor son 1.5206 % y 6.3772 %, con máximos de 9.7545 % y 55.0435 %, respectivamente. Para el modelo π nominal, las medianas correspondientes son 0.0134 % y 0.0203 %, y los máximos 0.7304 % y 1.6167 %. Sin embargo, el error relativo máximo de pérdidas activas alcanza 18.8181 % con π nominal. Los resultados muestran que una aproximación estrecha de las magnitudes terminales no implica necesariamente una discrepancia relativa igualmente pequeña en las pérdidas y que la evaluación del modelo debe considerar tanto el indicador como la condición de operación. Las conclusiones se limitan a la configuración y al dominio paramétrico estudiados, sin establecer umbrales universales de longitud ni atribuir exactitud experimental al modelo distribuido utilizado como referencia.

Palabras clave: líneas de transmisión, parámetros ABCD, modelo π nominal, pérdidas activas, análisis de errores.

2

Abstract

The short-line, nominal π , and distributed-parameter models are compared to determine how their steady-state discrepancies vary with line length, loading level, and power factor. A balanced three-phase 400 kV and 50 Hz configuration is analyzed under 168 operating conditions obtained by combining 14 lengths from 20 to 400 km, four active-power levels, and three power factors. The formulations are implemented in MATLAB using ABCD parameters, common inputs, and the distributed-parameter model as the mathematical reference. For the short-line model, the median sending-end voltage and current magnitude errors are 1.5206% and 6.3772%, with maxima of 9.7545% and 55.0435%, respectively. For the nominal π model, the corresponding medians are 0.0134% and 0.0203%, and the maxima are 0.7304% and 1.6167%. However, the maximum relative active-power-loss error reaches 18.8181% for the nominal π model. The results show that close agreement in terminal magnitudes does not necessarily imply an equally small relative discrepancy in active-power losses and that model assessment should consider both the indicator and the operating condition. The conclusions are limited to the investigated configuration and parametric domain, without establishing universal length thresholds or attributing experimental accuracy to the distributed-parameter model used as the mathematical reference.

Index terms: transmission lines, ABCD parameters, nominal π model, active power losses, error analysis.

I. INTRODUCCIÓN

El modelado de líneas de transmisión constituye una etapa fundamental en el análisis de sistemas eléctricos de potencia, ya que la representación seleccionada determina la forma en que se incorporan la impedancia serie, la admitancia transversal y los efectos de propagación. En régimen permanente, las formulaciones de línea corta, circuito π nominal y parámetros distribuidos ofrecen distintos niveles de aproximación y pueden expresarse mediante parámetros de transmisión ABCD [1], [2], [3]. Aunque la longitud de la línea se utiliza convencionalmente como criterio para seleccionar una representación, la discrepancia obtenida respecto de un modelo de mayor detalle también depende de las condiciones de operación y de la variable eléctrica empleada para efectuar la comparación.

La sustitución de una línea de parámetros distribuidos por representaciones concentradas constituye una aproximación cuyo error ha sido estudiado previamente. Mamis y Köksal [4] compararon modelos distribuidos y concentrados tanto en régimen permanente como transitorio y analizaron el efecto del número de secciones utilizado en la representación concentrada. Asimismo, Yuan y Nguyen [5] abordaron la relación entre el circuito π equivalente y la formulación distribuida, mientras que Kang y Liao [6] desarrollaron una representación π equivalente para líneas de doble circuito en secuencia cero. Estos antecedentes muestran que la relación entre modelos concentrados y distribuidos posee una base teórica establecida y que la selección de la representación debe considerar las aproximaciones introducidas por cada formulación.

El desarrollo posterior de modelos de líneas de transmisión ha incorporado características de mayor complejidad. Souza et al. [7] formularon un modelo de parámetros distribuidos directamente en el dominio de fase, mientras que Poudel y Cecchi [8] estudiaron modelos dependientes de la frecuencia para análisis armónico en régimen permanente. Más recientemente, Balestero et al. [9] utilizaron un circuito π equivalente exacto para representar líneas trifásicas con parámetros distribuidos y dependientes de la frecuencia. Estos trabajos responden a problemas diferentes del abordado en este estudio, pero evidencian que la representación de los fenómenos distribuidos continúa siendo relevante cuando el objetivo del análisis requiere un mayor nivel de detalle.

Las representaciones concentradas también mantienen aplicaciones actuales. Quayyoom et al. [10] incorporaron modelos de transmisión en el análisis computacional de sistemas combinados CA-CD, mientras que Ojah et al. [11] implementaron en MATLAB los modelos de línea corta y π nominal para calcular variables del extremo emisor y contrastarlas mediante procedimientos analíticos. Ari y Menak [12] analizaron mediante MATLAB/Simulink una representación basada en secciones π y estudiaron el efecto del número de secciones sobre la respuesta de la línea. Asimismo, aplicaciones recientes del circuito π nominal muestran que esta representación continúa siendo utilizada cuando su nivel de aproximación resulta compatible con el propósito específico del análisis [13]. En consecuencia, las formulaciones convencionales y su implementación computacional constituyen antecedentes establecidos; la contribución del presente trabajo no reside en proponer un nuevo modelo de línea ni en programar ecuaciones previamente conocidas.

Dentro de este contexto, permanece de interés caracterizar cómo las discrepancias entre diferentes niveles de representación cambian cuando se modifican simultáneamente la longitud, el nivel de carga y el factor de potencia, y cuando la comparación se realiza mediante distintos indicadores eléctricos. Una aproximación que reproduce estrechamente las magnitudes terminales de tensión y corriente no necesariamente presenta una discrepancia relativa de igual magnitud en cantidades derivadas, como las pérdidas activas. Por ello, evaluar la suficiencia de un modelo únicamente a partir de la longitud de la línea o de una sola variable terminal puede proporcionar una caracterización incompleta de su comportamiento bajo diferentes condiciones de operación.

El objetivo de este trabajo es determinar cómo varían las discrepancias de los modelos de línea corta y π nominal respecto de una formulación de parámetros distribuidos ante cambios de longitud, nivel de carga y factor de potencia, así como identificar condiciones en las que la evaluación mediante una sola variable terminal proporciona una caracterización incompleta de la aproximación. Para ello se establece una configuración eléctrica común y se analizan 168 condiciones de operación obtenidas mediante la combinación de 14 longitudes entre 20 y 400 km, cuatro niveles de potencia activa y tres factores de potencia. Cada condición se evalúa mediante las tres formulaciones, para un total de 504 ejecuciones de modelo.

Los datos utilizados para establecer la configuración eléctrica y desarrollar el estudio paramétrico proceden de una investigación realizada dentro de la carrera de Ingeniería Eléctrica del Instituto Tecnológico Superior de Huachinango. A partir de esta configuración se definieron condiciones controladas de longitud, nivel de carga y factor de potencia, manteniendo constantes los demás parámetros eléctricos. El modelo de parámetros distribuidos se adopta exclusivamente como referencia matemática para cuantificar las discrepancias de las aproximaciones y no como sustituto de una medición experimental. En consecuencia, el estudio corresponde a una comparación numérica determinista de modelos conocidos y no a una validación experimental de una línea física.

La contribución del trabajo consiste en una caracterización multivariable y multiindicador de las discrepancias de modelado bajo entradas comunes. A diferencia de una evaluación basada exclusivamente en la longitud o en las magnitudes terminales, el análisis considera conjuntamente los errores relativos de tensión, corriente y pérdidas activas, además de las diferencias en eficiencia y regulación. Esta estrategia permite examinar si una aproximación que mantiene pequeñas discrepancias en las variables terminales conserva un comportamiento comparable en magnitudes derivadas y, con ello, valorar la suficiencia del modelo en función tanto de la condición de operación como del indicador eléctrico considerado. El alcance de los resultados se limita a la configuración y al dominio paramétrico estudiados; por tanto, no se establecen umbrales universales de longitud ni se atribuye exactitud experimental a la referencia distribuida.

II. FORMULACIÓN DE LOS MODELOS

A. Hipótesis y variables

Se considera una línea trifásica equilibrada, uniforme, en régimen sinusoidal permanente y representada por fase. La resistencia R' , inductancia L' , capacitancia C' y conductancia G' se consideran constantes por unidad de longitud; para la configuración analizada se adopta $G' = 0$, por lo que se desprecia la conductancia transversal. La frecuencia es fija y no se modelan dependencia térmica, efecto corona, transitorios, desbalances ni compensación externa. Los fasores corresponden a valores eficaces. La corriente receptora se toma positiva hacia la carga y la emisora hacia la línea.

$$z = R' + j\omega L'; \quad y = G' + j\omega C'; \quad Z = zl; \quad Y = yl; \quad \omega = 2\pi f \quad (1)$$

En (1), z se expresa en Ω/km , y en S/km y l en km ; $Z = zl$ y $Y = yl$ representan la impedancia serie y la admitancia transversal totales de la línea, respectivamente. La relación de transmisión se escribe como (2); A y D son adimensionales, B tiene unidades de Ω y C de S [1]–[3]. Para evitar ambigüedad, C' identifica la capacitancia por unidad de longitud, mientras que C representa el parámetro de transmisión ABCD.

$$V_S = A V_R + B I_R; \quad I_S = C V_R + D I_R \quad (2)$$

B. Representaciones concentradas y distribuida

La línea corta omite la admitancia transversal, mientras que el modelo π nominal concentra la impedancia serie total Z y distribuye la admitancia transversal total Y en dos ramas $Y/2$. La formulación distribuida considera la variación continua de tensión y corriente a lo largo de la línea mediante la constante de propagación γ y la impedancia característica Z_c , definidas en (3). La Tabla 1 reúne los parámetros ABCD empleados en las tres formulaciones [1], [2], [3], [7].

$$\gamma = \sqrt{zy}; \quad Z_c = \sqrt{z/y} \quad (3)$$

TABLA 1.
PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN DE LOS MODELOS

Modelo	A = D	B	C
Línea corta	1	Z	0
π nominal	$1 + ZY/2$	Z	$Y(1 + ZY/4)$
Distribuido	$\cosh(\gamma l)$	$Z_c \sinh(\gamma l)$	$\sinh(\gamma l)/Z_c$

El circuito π nominal y el circuito π equivalente exacto no deben confundirse: el primero emplea directamente Z y Y como parámetros concentrados, mientras que el segundo puede definirse de modo que reproduzca la relación terminal de la formulación distribuida [5], [6], [9]. Si $q = ZY = (\gamma l)^2$, el desarrollo en serie del modelo distribuido permite identificar los términos que se omiten: $A = 1 + q/2 + q^2/24 + \dots$, $B = Z(1 + q/6 + \dots)$ y $C = Y(1 + q/6 + \dots)$. El π nominal conserva A hasta $q/2$ y $B = Z$, mientras que usa $C = Y(1 + q/4)$. Los términos de orden superior omitidos por las aproximaciones adquieren mayor relevancia conforme aumenta $|\gamma l|$. Además, las diferencias entre los parámetros ABCD se combinan con los fasores V_R e I_R al calcular las salidas; por ello, el error terminal también depende de la carga.

III. METODOLOGÍA

A. Diseño del barrido paramétrico

La configuración de la Tabla 2 se mantiene a 50 Hz en todas las ejecuciones, se utiliza el producto cartesiano de las longitudes $\{20, 40, 60, 80, 100, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 350, 400\}$ km, los factores de carga $k_p = \{0.25, 0.50, 0.75, 1.00\}$ y los factores de potencia $fp_R = \{1.00, 0.95, 0.90\}$, atrasados para $fp_R < 1$. De este modo se obtienen $14 \times 4 \times 3 = 168$ condiciones y $168 \times 3 = 504$ evaluaciones de modelo. Son variaciones de una misma configuración eléctrica, no líneas físicas distintas ni observaciones experimentales independientes.

Un ejemplo demostrativo en el que se considera la primera condición del barrido paramétrico, definida por una longitud de 20 km, un factor de carga de 0.25 y un factor de potencia unitario, conforme a la Tabla 2, la potencia activa recibida es $P_R = 0.25(420) = 105$ MW y el ángulo de desfase es $\varphi = \arccos(1) = 0^\circ$. Aplicando (4), se obtiene una tensión receptora por fase de $V_R = 230.9401 \angle 0^\circ$ kV y una corriente de $I_R = 151.5544 \angle 0^\circ$ A. Para esta longitud, la impedancia serie total es $Z = 0.6600 + j6.7042 \Omega$ y la admitancia transversal total es $Y = j6.8487 \times 10^{-5}$ S, calculadas a partir de los parámetros eléctricos por unidad de longitud, estos valores se utilizan como entradas comunes en las tres formulaciones ABCD de la Tabla 1, lo que permite comparar sus resultados bajo una misma condición de operación. En los bucles computacionales, esta combinación corresponde a $i = j = k = 1$ y al identificador de caso 1.

El procedimiento se repite para las restantes combinaciones hasta completar las 168 condiciones y las 504 evaluaciones de modelo.

TABLA 2.
PARÁMETROS DE CONFIGURACIÓN ELÉCTRICA DE REFERENCIA

Magnitud	Valor	Unidad
Frecuencia	50	Hz
Tensión receptora entre líneas	400	kV
Resistencia R'	0.033	Ω/km
Inductancia L'	1.067	mH/km
Capacitancia C'	0.0109	$\mu\text{F}/\text{km}$
Conductancia G'	0	S/km
Potencia activa nominal P_N	420	MW

Durante el barrido paramétrico se mantienen constantes la tensión receptora, la frecuencia y los parámetros eléctricos por unidad de longitud indicados en la Tabla 2. Las entradas de fase se obtienen mediante (4), con $\varphi = \arccos(fp_R)$ y $P_R = k_p P_N$, y los cuatro niveles de carga producen potencias activas recibidas de 105, 210, 315 y 420 MW. Para cada combinación de longitud, nivel de carga y factor de potencia se utilizan exactamente los mismos fasores de entrada en las tres formulaciones, de modo que las discrepancias obtenidas sean atribuibles al modelo matemático empleado.

$$V_R = V_{LL}/\sqrt{3} \angle 0; \quad I_R = [P_R/(\sqrt{3} V_{LL} f p_R)] \exp(-j\varphi) \quad (4)$$

6

B. Indicadores eléctricos y discrepancias

Las potencias complejas trifásicas en los extremos emisor y receptor se calculan a partir de los correspondientes fasores de tensión y corriente, donde el asterisco denota conjugación compleja. Las pérdidas de potencia activa y la eficiencia se determinan mediante (5). La regulación de tensión definida en (6) compara el módulo de la tensión receptora en vacío con el correspondiente a la condición cargada, manteniendo constante el fasor V_S calculado para cada caso. Este indicador no corresponde simplemente a la diferencia de magnitudes de tensión entre los extremos de la línea.

$$P_{\text{perd}} = \text{Re}(S_S) - \text{Re}(S_R); \quad \eta = 100 \text{Re}(S_R)/\text{Re}(S_S) \quad (5)$$

$$V_{R0} = V_S/A; \quad RV = 100 (|V_{R0}| - |V_R|)/|V_R| \quad (6)$$

El modelo distribuido se utiliza como referencia matemática, no como medición experimental. En (7), X es la magnitud escalar comparada; para tensión y corriente se emplean $|V_S|$ e $|I_S|$, de modo que se calcula la diferencia entre módulos, no el módulo de la diferencia fasorial. Las pérdidas se comparan como potencias activas reales. Cuando el denominador de referencia es cero, el error relativo no se define y se debe informar la diferencia absoluta. En el contraste independiente se registran además diferencias fasoriales complejas, identificadas por separado en el suplemento.

$$E_X = 100 |X_m - X_d|/|X_d|; \quad \Delta X = |X_m - X_d| \quad (7)$$

Las diferencias de eficiencia y regulación se expresan en puntos porcentuales. Las discrepancias angulares se calculan a partir del valor absoluto de la diferencia angular principal entre los fasores correspondientes, expresada en grados, evitando discontinuidades artificiales asociadas al cruce de $\pm 180^\circ$. Para cada indicador se obtienen mínimos, medianas y máximos globales, así como medianas por longitud a partir de las 12 combinaciones de nivel de carga y factor de

potencia. Estos datos estadísticos describen exclusivamente la malla paramétrica analizada y no representan distribuciones de probabilidad ni frecuencias de operación de una red real.

C. Implementación y comprobaciones

La implementación se llevó a cabo en MATLAB R2020a mediante un programa principal organizado en tres bucles anidados: longitud (índice i), carga (j) y factor de potencia (k), en el orden indicado en III.A. El identificador es caso = $12(i - 1) + 3(j - 1) + k$ y para cada longitud se calculan $Z = z_\ell$ e $Y = y_\ell$; en cada carga, $P_R = k_P P_N$; y en cada factor de potencia se obtienen $\varphi = \arccos(fp)$, y los fasores receptores definidos en (4). La tensión receptora se adopta como referencia angular y las magnitudes fasoriales se expresan en valores eficaces.

Cada condición se evalúa mediante tres funciones independientes que implementan los modelos de línea corta, π nominal y parámetros distribuidos, utilizando entradas comunes, una rutina adicional calcula las potencias trifásicas, pérdidas activas, eficiencia y regulación, mientras que otra determina las discrepancias respecto de la formulación distribuida. Las 12 combinaciones de carga y factor de potencia se agrupan para obtener las medianas y los máximos representados en las figuras. Los resultados completos de las 168 condiciones, junto con los programas y las instrucciones de reproducción, se incluyen en el material suplementario.

Con la finalidad de validar que los modelos de los casos de estudios fueron programados correctamente los resultados se comparan con el software SIMSCAPE. La reproducción verifica 168 casos, ausencia de NaN e Inf en la tabla maestra, simetría $|A - D| = 0$ y reciprocidad con residuo máximo $|AD - BC - 1| = 3.3307 \times 10^{-16}$. Estas comprobaciones algebraicas se complementan con el contraste de circuitos descrito a continuación.

Como comprobación adicional se evaluó una condición de 450 km, 420 MW y $fp_R = 0.95$ atrasado manteniéndola fuera de la malla paramétrica principal. Esta condición no modifica las 168 combinaciones ni las 504 ejecuciones consideradas en el análisis estadístico descriptivo. Su finalidad es comprobar el comportamiento de las mismas funciones computacionales bajo una condición adicional de línea larga. La comprobación conserva carácter numérico y no constituye un contraste con mediciones de campo.

D. Validación con Simscape

Se construyeron circuitos por fase mediante los bloques Series RLC Branch, AC Voltage Source, Current Measurement y Ground de Simscape Electrical Specialized Power Systems, en Simulink R2020a. La línea corta se representó con una rama RL sin capacitancia, el π nominal con una sección π y la línea distribuida se contrastó con cascadas de 20 y 40 secciones π , para cada cascada de N , la resistencia y la inductancia serie se distribuyeron proporcionalmente entre las secciones, mientras que la capacitancia transversal se concentró en los extremos y nodos internos, la verificación se realizó a 50 Hz bajo las mismas 168 condiciones.

La función power_analyze ensambla las matrices de estado del circuito a partir de sus conexiones y elementos [14]. Se obtiene su respuesta a 50 Hz mediante $H(j\omega) = Cs(j\omega I - As)^{-1}Bs + Ds$, donde As , Bs , Cs y Ds son matrices de estado, distintas de los parámetros ABCD de transmisión. Dos fuentes de tensión con resistencias auxiliares de 1 Ω , cuyos efectos se descontaron de las magnitudes calculadas, los fasores receptores se establecieron independientemente de la tensión emisora obtenida mediante las formulaciones ABCD.

De los fasores terminales del circuito se determinaron las potencias activa y reactiva, las pérdidas, la eficiencia y la regulación de tensión, para esta última se resolvió adicionalmente la condición en vacío, manteniendo constante la tensión emisora. El procedimiento permitió contrastar las implementaciones matemáticas con circuitos eléctricos construidos independientemente y examinar la convergencia de la representación distribuida al incrementar el número de secciones, esta comprobación corresponde a un análisis numérico en régimen sinusoidal permanente, no a una simulación transitoria ni a una validación experimental. Los circuitos, programas y resultados completos se incluyen en el material suplementario.

IV. RESULTADOS

A. Discrepancias globales

La Tabla 3 resume los errores de magnitud y las diferencias en indicadores respecto del modelo distribuido. Dentro de la malla analizada, el modelo π nominal presenta medianas menores que la línea corta para las cinco cantidades consideradas. La diferencia es especialmente marcada en las magnitudes de tensión y corriente, mientras que el error relativo de pérdidas conserva una dispersión apreciable. La línea corta alcanza diferencias angulares máximas de 1.6016° en tensión y 86.1561° en corriente; para π nominal son 0.5631° y 0.6093° , respectivamente.

TABLA 3.
MEDIANAS Y MÁXIMOS DE LAS DISCREPANCIAS RESPECTO DEL MODELO DISTRIBUIDO

Indicador	Corta mediana	Corta máximo	π nominal mediana	π nominal máximo
E de $ V_S $ (%)	1.5206	9.7545	0.0134	0.7304
E de $ I_S $ (%)	6.3772	55.0435	0.0203	1.6167
E de P_{perd} (%)	7.1984	57.3902	0.7468	18.8181
$\Delta\eta$ (p.p.)	0.0501	1.1337	0.0070	0.2570
ΔRV (p.p.)	0.0396	2.0955	0.0200	1.1237

8

La Tabla 4 identifica las condiciones que producen las discrepancias máximas de los cinco indicadores. Para la línea corta, los máximos de error de tensión, corriente y pérdidas, así como la máxima diferencia de eficiencia, ocurren a 400 km, $k_p = 0.25$ y $fp_R = 1.00$; la máxima diferencia de regulación se presenta a 400 km, $k_p = 1.00$ y $fp_R = 0.90$. Para el modelo π nominal, el máximo error de tensión y la máxima diferencia de regulación se presentan a 400 km, $k_p = 1.00$ y $fp_R = 0.90$, mientras que los máximos de corriente y diferencia de eficiencia ocurren a 400 km y $fp_R = 0.90$. Aunque todos los máximos de esta malla aparecen a 400 km, la combinación de carga y factor de potencia que los produce depende del modelo y del indicador analizado.

TABLA 4.
CONDICIONES DE LAS DISCREPANCIAS MÁXIMAS

Modelo	Indicador	Máximo	l (km)	k_p	fp_R
Corta	E $ V_S $ (%)	9.7545	400	0.25	1.00
Corta	E $ I_S $ (%)	55.0435	400	0.25	1.00
Corta	E P_{perd} (%)	57.3902	400	0.25	1.00
Corta	$\Delta\eta$ (p.p.)	1.1337	400	0.25	1.00
Corta	ΔRV (p.p.)	2.0955	400	1.00	0.90
π nominal	E $ V_S $ (%)	0.7304	400	1.00	0.90
π nominal	E $ I_S $ (%)	1.6167	400	0.25	0.90
π nominal	E P_{perd} (%)	18.8181	400	0.25	0.90
π nominal	$\Delta\eta$ (p.p.)	0.2570	400	0.25	0.90
π nominal	ΔRV (p.p.)	1.1237	400	1.00	0.90

B. Efecto de la longitud

La Tabla 5 muestra cuatro longitudes representativas de la malla. Las medianas del error de corriente de la línea corta pasan de 1.0248 % a 20 km a 15.1040 % a 400 km; para π nominal pasan de aproximadamente 0.00003 % a 0.8564 %. En tensión, a 400 km se obtienen medianas de 9.0716 % para línea corta y 0.2752 % para π nominal. En las condiciones evaluadas, el incremento de la longitud se acompaña de un aumento de las discrepancias medianas respecto del modelo distribuido.

TABLA 5.
MEDIANAS POR LONGITUD SOBRE 12 CONDICIONES

l (km)	E V _s (%)corta / π	E I _s (%) corta / π	E P _{perd} (%) corta / π
20	0.0229 / 0.00003	1.0248 / 0.00003	1.0259 / 0.0085
100	0.5673 / 0.0042	4.9954 / 0.0030	5.8587 / 0.2101
210	2.4804 / 0.0413	9.1370 / 0.0630	9.2861 / 0.9627
400	9.0716 / 0.2752	15.1040 / 0.8564	20.3120 / 3.5769

La Fig. 1 amplía la comparación de tensión y corriente a las 14 longitudes. Los paneles emplean escalas verticales distintas porque el error de corriente de la línea corta alcanza valores considerablemente mayores. Las medianas y los máximos resumen 12 condiciones por longitud; su separación representa variabilidad de las condiciones de carga, no incertidumbre estadística.

9

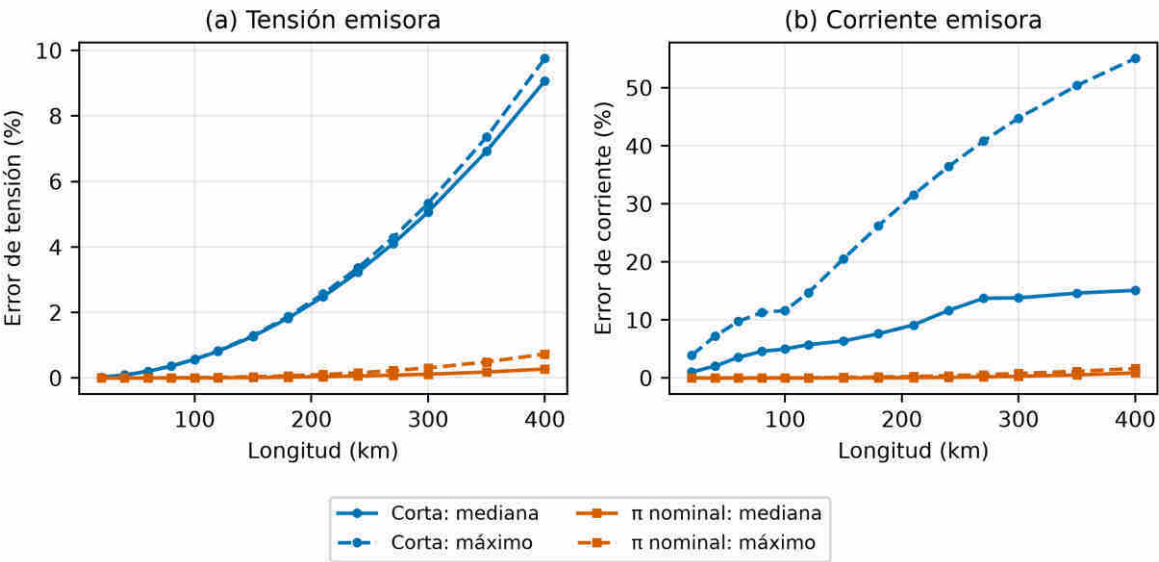


Fig. 1. Errores relativos de (a) tensión y (b) corriente emisoras frente a la longitud. Mediana y máximo sobre 12 condiciones por longitud.

La Fig. 2 muestra las medianas y los máximos del error de pérdidas para las 14 longitudes. Aunque ambos resúmenes aumentan a lo largo de la malla, la distancia entre ellos pone de manifiesto el efecto de las condiciones de operación. A 400 km, π nominal presenta una mediana de 3.5769 % y un máximo de 18.8181 %; por tanto, utilizar únicamente la mediana para caracterizar el error de pérdidas ocultaría la condición más discrepante de la malla analizada.

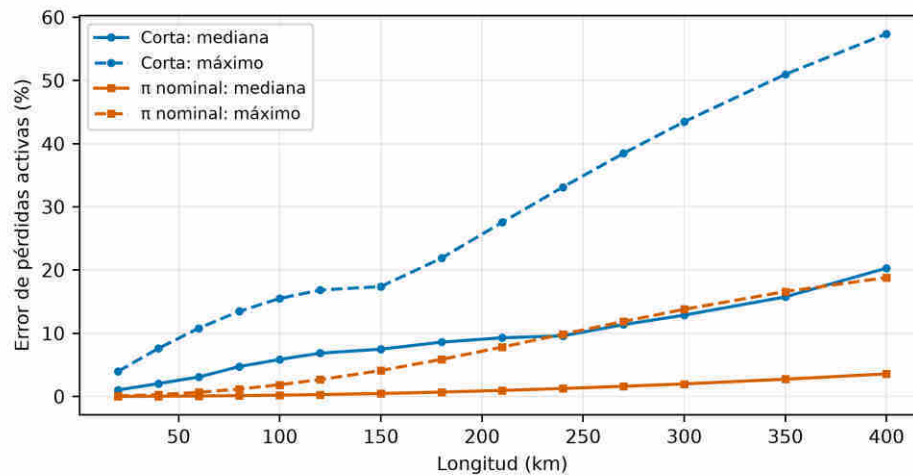


Fig. 2. Mediana y máximo del error relativo de pérdidas activas por longitud. Cada longitud reúne 12 condiciones.

10

C. Carga y factor de potencia

La variación del nivel de carga modifica las discrepancias de forma diferente según el modelo, la longitud y el indicador considerado. No se observa una tendencia monótona universal del error de magnitud al aumentar la carga dentro de la malla analizada, ya que la combinación factorial puede producir compensaciones parciales. Asimismo, las medianas agrupadas por factor de potencia no describen necesariamente las trayectorias obtenidas cuando se mantienen fijas la longitud y la carga.

La Fig. 3 compara cuatro longitudes con $fp_R = 0.90$ atrasado y separa los modelos para conservar la legibilidad de los errores pequeños. En la línea corta de 400 km, el error de corriente disminuye al pasar de 25 % a 50 % de carga y vuelve a aumentar a cargas mayores. Este comportamiento no monótono confirma que la carga no puede interpretarse como un factor que incrementa o reduce uniformemente el error. Las curvas de pérdidas también cambian según el modelo y la longitud.

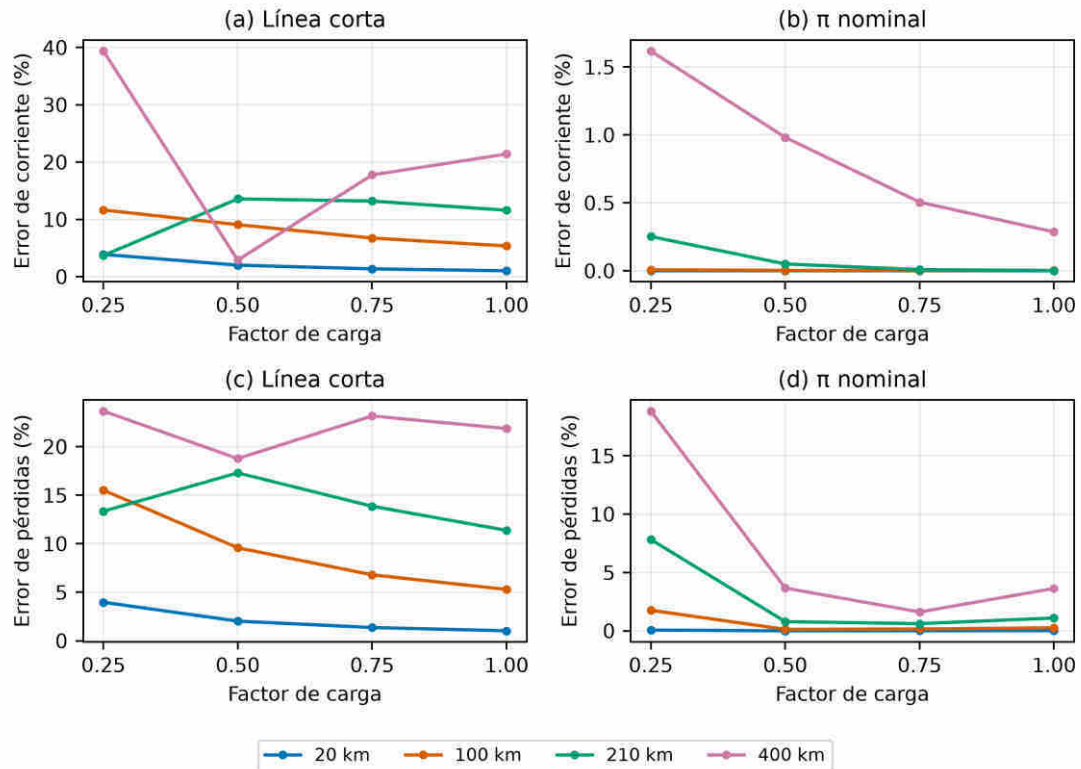


Fig. 3. Influencia de la carga a factor de potencia 0.90 atrasado. (a), (b) Error de corriente; (c), (d) error de pérdidas. Columna izquierda: línea corta; derecha: π nominal. Las escalas verticales son independientes.

En la línea corta, la mediana del error de pérdidas aumenta de 2.4476 % con factor de potencia unitario a 7.1360 % con 0.95 y 11.6900 % con 0.90. Al mismo tiempo, los máximos disminuyen de 57.3902 % a 38.5616 % y 23.6559 %. Este contraste entre mediana y máximo impide afirmar que un menor factor de potencia incrementa uniformemente el error. Para π nominal, las medianas son 0.7221 %, 0.7319 % y 0.7788 %, y los máximos 10.9832 %, 16.2114 % y 18.8181 %, respectivamente.

La Fig. 4 muestra la interacción entre factor de potencia y carga para las mismas cuatro longitudes. A 400 km, el error de pérdidas de la línea corta disminuye al reducir el factor de potencia con carga de 25 %, pero aumenta con carga nominal. Por tanto, las medianas globales deben complementarse con trayectorias a condiciones fijas. Las líneas entre marcadores solo ayudan a seguir los tres valores calculados y no representan un barrido continuo ni observaciones adicionales.

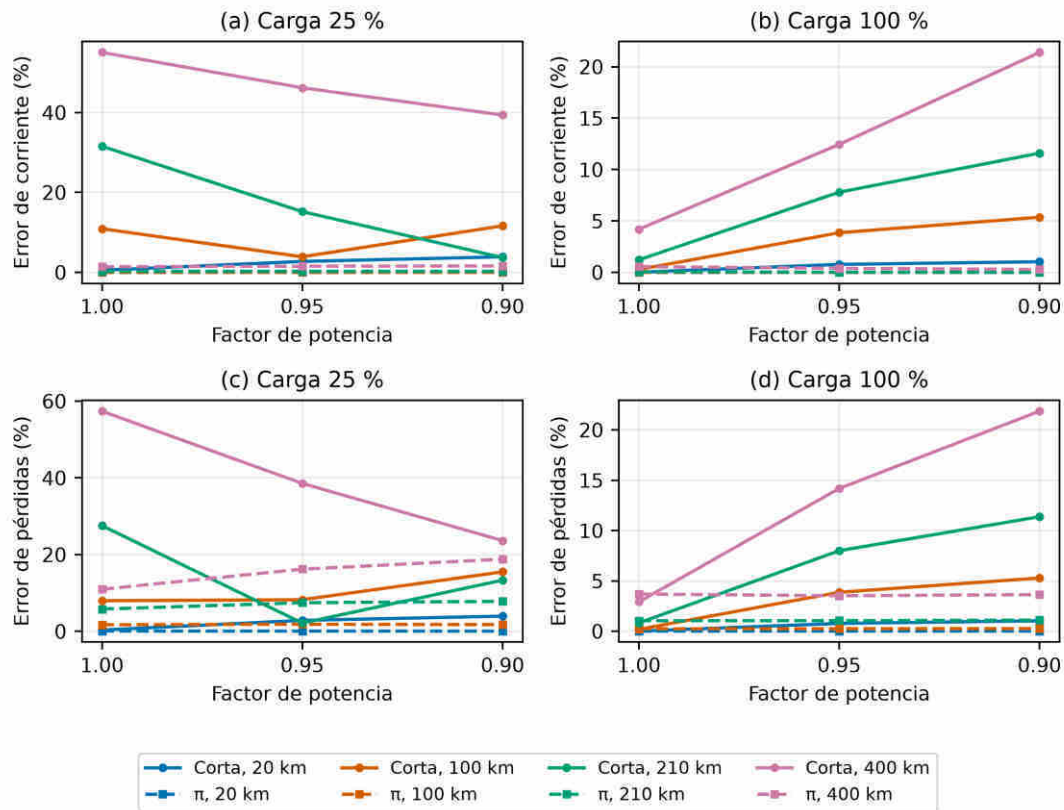


Fig. 4. Influencia del factor de potencia. (a), (b) Error de corriente; (c), (d) error de pérdidas. Columna izquierda: carga de 25 %; derecha: 100 %. Líneas continuas: corta; discontinuas: π nominal. Factores menores que uno: atrasados. Escalas independientes.

D. Interpretación de las pérdidas y la eficiencia

El mayor error relativo de pérdidas no coincide con las mayores pérdidas absolutas. En el modelo distribuido, la pérdida máxima del barrido es 14.9899 MW y aparece a 400 km, carga nominal y factor de potencia unitario. En cambio, el máximo error relativo de π nominal corresponde a carga reducida. Al recalculer esta última condición con las ecuaciones anteriores se obtienen 1.1941 MW con π nominal y 1.4709 MW con parámetros distribuidos: la diferencia absoluta es 0.2768 MW, equivalente al 18.8181 % de la referencia.

La diferencia de eficiencia para esa condición es 0.2570 puntos porcentuales. No hay contradicción entre un error relativo de pérdidas elevado y una diferencia de eficiencia pequeña: la pérdida es una cantidad mucho menor que la potencia transmitida y cada indicador emplea un denominador distinto. En consecuencia, una diferencia pequeña de eficiencia no debe interpretarse como evidencia de una diferencia relativa igualmente pequeña en las pérdidas activas.

E. Contraste con Simscape Electrical

La Tabla 6 presenta los máximos sobre las 168 condiciones para cada circuito. Las representaciones RL y π de una sección se comparan con sus correspondientes funciones MATLAB; las cascadas de 20 y 40 secciones se comparan

con la formulación distribuida. Los errores de esta tabla verifican implementaciones y discretización, mientras que las Tablas 3–5 cuantifican las discrepancias entre modelos de diferente nivel de aproximación.

TABLA 6.
MÁXIMOS DEL CONTRASTE INDEPENDIENTE CON CIRCUITOS DE SIMSCAPE

Circuito / referencia	E VS (%)	E IS (%)	E pérdidas (%)	$\Delta\eta$ (p.p.)
RL / corta	6.56e-13	1.83e-11	2.68e-08	1.83e-11
1 π / π nominal	8.65e-13	4.35e-11	7.88e-08	4.70e-11
20 π / distribuida	0.001745	0.003971	0.045372	0.000618
40 π / distribuida	0.000436	0.000993	0.011342	0.000155

Con 40 secciones, los errores máximos de magnitud son 0.000436 % en tensión (E |VS|) y 0.000993 % en corriente (E |IS| (%)), y el máximo error relativo de pérdidas (E pérdidas (%)) es 0.011342 %. La máxima diferencia absoluta de pérdidas activas es 0.000325 MW. Al pasar de 20 a 40 secciones, el máximo error de pérdidas disminuye de 0.045372 % a 0.011342 %, aproximadamente por un factor de cuatro, consistente con la convergencia de la discretización π .

La coincidencia entre los circuitos RL y π nominal y sus formulaciones analíticas, junto con la convergencia de las cascadas hacia la referencia distribuida, respalda la implementación utilizada para las tablas y figuras. Este resultado no transforma al modelo distribuido en una referencia experimental ni demuestra exactitud fuera de los parámetros ensayados. Los 672 registros del contraste independiente se entregan en el suplemento, sin incorporarlos como observaciones adicionales a los estadísticos de las 168 condiciones originales.

13

V. DISCUSIÓN Y ALCANCE

Los resultados muestran que la evaluación de una aproximación debe considerar tanto la variable de interés como la condición de operación. Dentro de la malla analizada, el modelo π nominal mantiene errores máximos de 0.7304 % en la magnitud de tensión y 1.6167 % en la magnitud de corriente respecto del modelo distribuido; sin embargo, su error relativo de pérdidas activas alcanza 18.8181 %. Esta diferencia evidencia que una aproximación estrecha en las variables terminales no implica necesariamente una discrepancia relativa igualmente pequeña en una magnitud derivada. Por ello, la suficiencia de una representación para un cálculo específico debe analizarse con respecto al indicador de interés y a una tolerancia previamente establecida, considerando tanto los valores centrales como las condiciones más discrepantes de la malla.

La estructura matemática de los indicadores permite interpretar parte de esta separación. Las variables terminales se obtienen mediante combinaciones complejas de los parámetros ABCD y los fasores receptores, mientras que las pérdidas activas se calculan como la diferencia entre las potencias activas de los extremos. En consecuencia, una variación relativamente pequeña de los fasores puede producir una diferencia proporcionalmente mayor cuando se evalúa una magnitud residual, particularmente si el valor utilizado como referencia en el denominador es reducido. Por otra parte, el modelo de línea corta establece $C = 0$; aunque ello representa una diferencia relativa del 100 % en este coeficiente respecto de una referencia con $C \neq 0$, no implica una diferencia del mismo orden en la corriente emisora, debido a que $I_s = CV_R + DI_R$.

Los resultados son consistentes con el uso establecido de los modelos concentrados y distribuidos para representar líneas de transmisión [1]–[3] y con los trabajos que han analizado la relación entre representaciones concentradas y formulaciones distribuidas [4]–[7]. En particular, Yuan y Nguyen [5] y Balestero et al. [9] muestran que la relación entre el circuito π y la representación distribuida puede formularse mediante parámetros equivalentes, lo que respalda la necesidad de distinguir entre un circuito π equivalente exacto y el π nominal empleado en este trabajo. Por otra parte, Ojah et al. [11] implementaron en MATLAB los modelos de línea corta y π nominal, mientras que Ari y Menak [12] analizaron representaciones concentradas basadas en secciones π . El presente estudio no propone nuevas

ecuaciones de línea ni una nueva formulación ABCD; su contribución consiste en aplicar entradas comunes y una malla controlada de longitud, carga y factor de potencia para caracterizar simultáneamente las discrepancias de tensión, corriente, pérdidas activas, eficiencia y regulación respecto de una referencia distribuida.

El alcance también difiere del de estudios orientados a fenómenos dependientes de la frecuencia, análisis armónico o configuraciones de transmisión más complejas. Poudel y Cecchi [8] estudiaron modelos dependientes de la frecuencia para análisis armónico en régimen permanente, mientras que Quayyoom et al. [10] abordaron un sistema de transmisión simultánea CA–CD. Asimismo, aplicaciones recientes del circuito π nominal se han dirigido a problemas específicos, como la protección de distancia [13]. Frente a estos enfoques, el presente análisis se restringe deliberadamente al régimen sinusoidal permanente a frecuencia fundamental y utiliza los tres modelos como niveles alternativos de representación de una misma configuración. Por ello, los valores de error obtenidos deben interpretarse dentro de este dominio y no extrapolarse directamente a estudios armónicos, transitorios, sistemas CA–CD u otras aplicaciones.

Entre las principales limitaciones del estudio se encuentran el empleo de una única configuración eléctrica, así como la consideración de tensión receptora fija y factores de potencia unitario o atrasados. No se evaluaron otras geometrías o conjuntos de parámetros de línea, factores de potencia adelantados, incertidumbre paramétrica ni redes interconectadas. Además, las 504 ejecuciones corresponden a evaluaciones deterministas de los modelos y no a réplicas estadísticas; por tanto, los estadísticos descriptivos utilizados caracterizan exclusivamente la malla analizada y no sustentan intervalos de confianza ni inferencias probabilísticas sobre la operación de una red. La verificación con circuitos de Simscape añade un contraste independiente de implementación y convergencia, pero comparte los parámetros de entrada y no sustituye una validación experimental. Como continuación del trabajo, resulta pertinente evaluar configuraciones eléctricas adicionales y ampliar las condiciones de operación para determinar la persistencia de los patrones identificados.

14

VI. CONCLUSIONES

La comparación de las 168 condiciones analizadas mostró que las discrepancias de los modelos de línea corta y π nominal respecto de la formulación distribuida varían con la longitud, el nivel de carga, el factor de potencia y el indicador considerado. Dentro de esta malla, el modelo π nominal presentó las menores medianas globales, con errores de 0.0134 % en la magnitud de tensión y 0.0203 % en la magnitud de corriente del extremo emisor, frente a 1.5206 % y 6.3772 %, respectivamente, para la línea corta. Estos resultados confirman que la magnitud de la discrepancia no puede caracterizarse únicamente mediante la longitud de la línea.

La proximidad de las variables terminales no implica necesariamente una discrepancia relativa de igual magnitud en las pérdidas activas. Para el modelo π nominal, el máximo error relativo de pérdidas alcanzó 18.8181 % a 400 km, con $k_P = 0.25$ y $f_{PR} = 0.90$, mientras que sus errores máximos de magnitud de tensión y corriente fueron 0.7304 % y 1.6167 %, respectivamente. En esa condición, la diferencia absoluta de pérdidas fue de 0.2768 MW, lo que evidencia la conveniencia de examinar conjuntamente diferencias relativas y absolutas cuando la magnitud evaluada constituye una cantidad residual.

El procedimiento desarrollado proporciona una comparación reproducible de las tres formulaciones bajo entradas comunes, una malla paramétrica definida y comprobaciones algebraicas y de circuitos independientes. Los resultados aportan elementos cuantitativos para evaluar la suficiencia de una aproximación en función de la variable eléctrica y de la condición de operación consideradas, sin establecer límites universales de longitud ni atribuir exactitud experimental al modelo distribuido utilizado como referencia matemática. La evaluación de otras configuraciones eléctricas y el contraste con datos experimentales constituyen líneas de continuación para determinar la generalidad de los patrones observados.

CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

Contribuciones de los autores: Conceptualización: PTC, JTJ; Metodología: PTC, JTJ; Software: PTC; Investigación: PTC, SIMB; Redacción y preparación del borrador original: PTC; Redacción, revisión y edición: PTC, JTJ, SIMB; Supervisión: PTC, JTJ; Análisis formal: PTC, JTJ; Administración del proyecto: PTC; Adquisición de fondos: No aplica.

Financiamiento: Los autores declaran que este trabajo no recibió financiamiento.

Declaración de disponibilidad de datos: el suplemento SI adjunto contiene los programas MATLAB originales, las instrucciones de reproducción, los circuitos de Simscape y los resultados completos de las 168 condiciones y de su contraste independiente, en formatos CSV y MAT.

Agradecimientos: Los autores agradecen al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Huauchinango por el entorno académico en el que se desarrolló la investigación.

Conflicto de interés: Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

Durante la preparación del manuscrito se utilizó inteligencia artificial generativa como apoyo a la redacción, traducción y preparación de código auxiliar para la verificación computacional. Los autores revisaron, verificaron y editaron el contenido resultante y asumen plena responsabilidad por la versión final del manuscrito.

REFERENCIAS

- [1] J. J. Grainger, W. D. Stevenson, Jr., *Power System Analysis*, New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1994.
- [2] J. D. Glover, T. J. Overbye, M. S. Sarma, *Power System Analysis and Design*, 6th ed., USA: Cengage Learning, 2017.
- [3] H. Saadat, *Power System Analysis*, 3rd ed., USA: PSA Publishing, 2010.
- [4] M. S. Mamis, M. Koksai, "Remark on the lumped parameter modeling of transmission lines," *Electric Machines and Power Systems*, vol. 28, no. 6, pp. 565–575, 2000, doi: <https://doi.org/10.1080/073135600268180>
- [5] L. Yuan, T. Nguyen, "Alternative way to derive equivalent PI circuit model of transmission lines," in Proc. 39th Southeastern Symposium on System Theory (SSST), Macon, GA, USA, 2007, pp. 186–188, doi: <https://doi.org/10.1109/SSST.2007.352345>
- [6] N. Kang, Y. Liao, "Equivalent PI circuit for zero-sequence double circuit transmission lines," in 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting, San Diego, CA, USA, 2012, Art. no. 6344945, doi: <https://doi.org/10.1109/PESGM.2012.6344945>
- [7] N. V. Souza, Jr., C. G. Carvalho, S. Kurokawa, J. Pissolato, "A distributed-parameters transmission line model developed directly in the phase domain," *Electric Power Components and Systems*, vol. 41, no. 11, pp. 1100–1113, 2013, doi: <https://doi.org/10.1080/15325008.2013.809823>
- [8] B. Poudel, V. Cecchi, "Frequency-dependent models of overhead power lines for steady-state harmonic analysis: Model derivation, evaluation and practical applications," *Electric Power Systems Research*, vol. 151, pp. 266–272, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2017.05.038>
- [9] J. P. R. Balestero, J. S. L. Colqui, S. Kurokawa, "Using the exact equivalent π -circuit model for representing three-phase transmission lines directly in the time domain," *Energies*, vol. 16, no. 20, Art. no. 7192, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/en16207192>
- [10] L. Quayyoom, O. Rahman, F. I. Bakhsh, A. Ahmad, "Optimal power flow and computer-based analysis of a simultaneous AC–DC power transmission system," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 18, no. 23, pp. 3777–3787, 2024, doi: <https://doi.org/10.1049/gtd2.13101>
- [11] O. O.-S. Ojah, Y. Naenwi, P. O. Odu, "Model transmission line parameters evaluation using Matlab: A case study of short-line and nominal- π methods," *European Journ. of Adv. in Engineering and Technology*, vol. 12, no. 2, pp. 42–46, 2025.
- [12] İ. Arı, R. Menak, "Lumped-parameter transmission line modeling using MATLAB/Simulink," *Balkan Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 13, no. 3, pp. 286–294, 2025, doi: <https://doi.org/10.17694/bajece.1761735>
- [13] M. R. Araújo, E. A. Batista, "A practical first-zone distance protection formulation based on the nominal π transmission line model," *Electric Power Systems Research*, vol. 246, Art. no. 111665, 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2025.111665>
- [14] The MathWorks, Inc., *Simscape Electrical User's Guide (Specialized Power Systems)*, ver. 7.3, Release R2020a. Natick, MA, USA: The MathWorks, Inc., 2020.