

ISSN 2594-2921

# Científica

**Científica:** Journal of Electromechanical Engineering | vol. 29, no. 2 | July-December 2025 | Instituto Politécnico Nacional | <https://cientifica.site/>



## Volumen 29 Issue 2, July-December 2025

### Sistema embebido de desarrollo biomédico para el procesamiento de señales de fotopletismografía basado en un sistema programable en chip (PSoC)

Embedded biomedical development system for photoplethysmography signal processing based on a Programmable System-on-Chip (PSoC)

Jesús E. **Miranda Vega**, Rodolfo S. **Romero Ávila**, Rubén **Castro Contreras**, Lydia **Toscano Palomar**, Guillermo **Prieto Avalos**, Rafael I. **Ayala Figueroa**, Julio A. **Valdez González**.

PDF  
Científica

---

### Estudio y análisis del estado de carga y descarga de baterías de plomo-ácido usando técnicas de filtro promedio móvil

Study and analysis of the of charge and discharge state of lead-acid batteries using moving average filter techniques

Miguel Ángel **Hernández Epigmenio**, Irma **Martínez Carrillo**, Carlos **Juárez Toledo**, Ulises **Camacho Altamirano**.

PDF  
Científica

---

### Cálculo de blindaje para dimensionamiento de estructuras de líneas de transmisión aéreas

Shielding calculation for sizing overhead transmission line structures

Jorge Luis **Aguilar Marin**, Luis **Cisneros Villalobos**, Jorge **Sánchez Jaime**.

PDF  
Científica

---

## Diferencial electromecánico para robots que requieren desplazarse en movimiento acelerado curvilíneo

Electromechanical differential for robots that require moving in curved accelerated motion

Jaime Abisai **Reséndiz Barrón**, Allan Ronier Diez **Barroso-Agraz**, Yolanda **Jiménez Flores**, Daniel Armando **Serrano Huerta**, Francisco Javier **García Rodríguez**.

PDF  
Científica

---

## Optimización adaptativa de preprocesamiento para la segmentación de la red vascular retiniana

Adaptive Preprocessing Optimization for Retinal Vascular Network Segmentation

Evelyn Berenice **Bautista Coello**, Álvaro **Anzueto Ríos**, Alma Aide **Sánchez Ramírez**.

PDF  
Científica

---

## Diseño de un circuito integrado CMOS para codificador de prioridad de 8 a 3 líneas

Design of a CMOS Integrated Circuit for an 8-to-3 Line Priority Encoder

Rosaura **Olvera Martínez**, Juan Pablo **Ocampo Flores**, José Luis **González Vidal**, Heberto **Gómez Pozos**, Juan José **Raygoza Panduro**.

PDF  
Científica

---

## Assessment of Forestry Machinery Mobile Loads on Buried Pipelines Using API RP 1102 and Empirical Soil–Tire Contact Pressure Models

Evaluación de cargas móviles de maquinaria forestal en tuberías enterradas utilizando API RP 1102 y modelos empíricos de presión de contacto suelo-neumático

Juan David **Betancur Ríos**, Nora Yamile **Rojas Cataño**.



---

## A Review of Multimodal Artificial Intelligence: Ethical Challenges and Practical Benefits in Content Generation

Una revisión sobre Inteligencia artificial multimodal: retos éticos y beneficios prácticos en la generación de contenidos

German **Cuaya Simbro**, Wendy **García Tapia**, María F. **Avila Vargas**,  
Pedro Aarón **Hernández Ávalos**.



---

## A Mecanismos para la detección de anomalías de ciberseguridad a través del análisis de grandes cantidades de datos

Mechanisms for the Detection of Cybersecurity Anomalies through Big Data Analysis

Pablo Andrés **Martínez Velasco**, Luis Eduardo **Bautista Villalpando**,  
Edgar Oswaldo **Díaz**, Juan **Muñoz López**.



---

## Parábolas, sistemas de ecuaciones y optimización: una interpretación física en ingeniería eléctrica

Parabolas, Systems of Equations and Optimization: a Physical Interpretation  
in Electrical Engineering

Carlos Antonio **Becerril Gordillo**.



---

**CIENTIFICA**, year 29, issue 2 July-December 2025. Biannual Journal online published (under a continuous publication model) by Instituto Politécnico Nacional (Mexico) at Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Zacatenco. Av. Luis Enrique Erro S/N, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Col. Zacatenco, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07738, Mexico City, Tel. +52 55 57296000 ext. 54518, <https://www.cientifica.site>, email: [cientifica@ipn.mx](mailto:cientifica@ipn.mx), Editor: PhD Christopher René Torres San Miguel. INDAUTOR Certificate of Reserve 04-2018-021313432600-203, ISSN 2594-2921, granted by Instituto Nacional del Derecho de Autor. Cover-Photo <https://www.pexels.com/es-es/foto/motor-muelles-partes-cabeza-de-cilindro-7565172/>. Responsible for the last update: Cuauhtémoc Jiménez Pérez, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro S/N, Edificio 5, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, Col. Zacatenco, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07738, Mexico City.

The responsibility of the materials published in Científica rests solely with their authors and their content does not necessarily reflect the criteria of the Editorial Board or the Instituto Politécnico Nacional. The total or partial reproduction of the texts hereby published is authorized as long as the complete source and the electronic address of the publications are cited, they are distributed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License, there is no fee for article processing, submission or publication.

## Sistema embebido de desarrollo biomédico para el procesamiento de señales de fotopletismografía basado en un sistema programable en chip (PSoC)

Embedded biomedical development system for photoplethysmography signal processing based on a Programmable System-on-Chip (PSoC)

Jesús E. **Miranda Vega**<sup>1</sup>  
Rodolfo S. **Romero Ávila**<sup>2</sup>  
Rubén **Castro Contreras**<sup>3</sup>  
Lydia **Toscano Palomar**<sup>4</sup>  
Guillermo **Prieto Avalos**<sup>5</sup>  
Rafael I. **Ayala Figueroa**<sup>6</sup>  
Julio A. **Valdez González**<sup>7</sup>

Tecnológico Nacional de México,  
Instituto Tecnológico de Mexicali, Mexicali, MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-0618-0455/ elias.miranda@itmexicali.edu.mx

<sup>2</sup> ORCID: 0009-0002-3031-8661/ a20490441@itmexicali.edu.mx

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-0191-7764/ castro.ruben@itmexicali.edu.mx

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-2472-4826/ toscano.lydia@itmexicali.edu.mx

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0001-8941-5015 / guillermoprieto@itmexicali.edu.mx

<sup>6</sup> ORCID: 0000-0001-9988-1626 / rafaelivan@itmexicali.edu.mx

<sup>7</sup> ORCID: 0000-0002-5119-4680 / jvaldezgonzalez@itmexicali.edu.mx

<https://cientifica.site>

Recibido 03/07/2025, aceptado 10/08/2025.



## Resumen

Se presenta el diseño e implementación de una plataforma embebida que adquiere y procesa señales de fotoplethysmografía (PPG) aprovechando únicamente los recursos internos de un sistema programable en chip (PSoC). La unidad de adquisición incorpora emisores LED y un fotodetector para capturar variaciones de absorbancia sanguínea, seguido de una etapa de acondicionamiento analógico diseñada con amplificadores operacionales internos del PSoC y un conversor SAR de 12 bits. El firmware implementa una máquina de estados que gestiona el muestreo a 500 Hz y una interfaz de usuario (GUI) ejecuta filtrado digital tipo IIR para mitigar artefactos de movimiento y ruido de baja frecuencia. Para validar su desempeño, el sistema embebido se comparó con un oxímetro comercial. Bajo condiciones de reposo, se registraron de forma simultánea las señales PPG y se calcularon los intervalos RR y la frecuencia cardíaca. Los resultados evidenciaron un MAE de solo 2.69 BPM por minuto frente al oxímetro de referencia. El uso de amplificadores operacionales integrados y periféricos reconfigurables permitió optimizar el consumo energético y minimizar el tamaño de la placa, sin comprometer la calidad de la señal. La flexibilidad inherente de la arquitectura PSoC permite la implementación de una amplia gama de algoritmos de filtrado y detección de picos, adaptados a los requisitos específicos del dispositivo. Esto resalta las ventajas de integrar funcionalidades analógicas y digitales en un solo chip, en contraste con las soluciones tradicionales basadas en microcontroladores que dependen de componentes discretos. En el presente estudio, se emplea el módulo OpAmp analógico de la familia PSoC 4200M (CY8C4247AZI-M485) para el preprocesamiento y acondicionamiento de la señal PPG.

En conclusión, el prototipo basado en PSoC proporcionó resultados satisfactorios en términos de precisión, eficiencia energética y miniaturización, posicionándose como una alternativa prometedora para aplicaciones de telemedicina y monitoreo continuo de la frecuencia cardíaca. Además, ofrece un camino de expansión hacia análisis avanzados de la variabilidad del ritmo cardíaco y funcionalidades adicionales de procesamiento biomédico.

**Palabras clave:** fotoplethysmografía, sistemas embebidos, frecuencia cardíaca, variabilidad cardíaca, sistema programable en chip.

## Abstract

This work presents the design and implementation of an embedded platform that acquires and processes photoplethysmography (PPG) signals using only the internal resources of a programmable system-on-chip (PSoC). The acquisition unit incorporates LED emitters and a photodetector to capture variations in blood absorbance, followed by an analog conditioning stage designed with the PSoC's internal operational amplifiers and a 12-bit SAR converter. The firmware implements a state machine that manages sampling at 500 Hz, while a graphical user interface (GUI) performs IIR digital filtering to reduce motion artifacts and low-frequency noise. To validate its performance, the embedded system was compared with a commercial oximeter. Under resting conditions, PPG signals were recorded simultaneously, and RR intervals and heart rate were calculated. The results showed a mean absolute error (MAE) of only 2.69 BPM compared to the reference oximeter. The use of integrated operational amplifiers and reconfigurable peripherals allowed for optimized power consumption and a reduced board size without compromising signal quality. The inherent flexibility of the PSoC architecture enables the implementation of a wide range of filtering and peak detection algorithms tailored to specific device requirements. This highlights the advantages of integrating analog and digital functionalities within a single chip, as opposed to conventional microcontroller-based solutions relying on discrete components. In the present study, the analog OpAmp module from the PSoC 4200M family (CY8C4247AZI-M485) is employed for preprocessing and conditioning of the PPG signal.

In conclusion, the PSoC-based prototype delivered satisfactory results in terms of accuracy, energy efficiency, and miniaturization, positioning itself as a promising alternative for telemedicine applications and continuous heart rate monitoring. Moreover, it offers a pathway for expanding toward advanced heart rate variability analysis and additional biomedical signal processing capabilities.

**Index terms:** photoplethysmography, embedded systems, heart rate, heart rate variability, programmable system-on-chip.

## I. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos cinco años, las enfermedades cardiovasculares se han consolidado como una de las causas principales de muerte en México. De acuerdo con el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), estas afecciones han contribuido entre el 20% y el 30% de las defunciones anuales, lo que destaca su impacto considerable en la salud pública del país [1]. Además, la Organización Mundial de la Salud (OMS) señala que, a nivel global, las enfermedades del corazón representan uno de los desafíos sanitarios más importantes, especialmente en regiones donde prevalecen altos índices de obesidad, hipertensión y diabetes, condiciones muy comunes en la población mexicana [2]. Ante esta realidad, la Secretaría de Salud de México ha puesto en marcha estrategias preventivas y programas para promover estilos de vida saludables, con el fin de reducir tanto la incidencia como la mortalidad asociada a estas enfermedades. De acuerdo a un comunicado de prensa de la Secretaría de Salud cada año, 220 mil personas fallecen debido a enfermedades del corazón [3].

La vigilancia constante de los signos vitales es fundamental para determinar la condición de salud de un paciente. Entre los parámetros que se deben controlar se encuentran la frecuencia cardíaca, la presión arterial, la temperatura y la saturación de oxígeno. Estos indicadores facilitan la detección temprana de cualquier cambio que pueda sugerir complicaciones o un deterioro en el estado del paciente, lo que a su vez optimiza la toma de decisiones clínicas. La monitorización continua y precisa de los signos vitales es fundamental para la detección temprana de complicaciones y la mejora de los resultados clínicos en pacientes. El siguiente sistema propuesto [4], permitirá el monitoreo remoto automático en hospitales, en el hogar y en el trabajo, en tiempo real, de personas con enfermedades crónicas, personas mayores y aquellas con alto riesgo médico.

3

Uno de los aspectos indispensables a tomar en cuenta para el monitoreo de signos vitales es que el instrumento médico sea de tipo no-invasivo. Los métodos no-invasivos evitan el malestar del paciente facilitando su aceptación por ser más cómodos a la hora del monitoreo de los signos vitales. La fotopletimografía (PPG) es un método utilizado para el monitoreo de signos vitales que cumplen con esta condición. Además, también se pueden determinar parámetros importantes que son útiles para el diagnóstico médico de enfermedades cardiovasculares como: parámetros cardíacos como la variabilidad del ritmo cardíaco (HRV), Índice de perfusión (PI) y tiempo de tránsito del pulso (PTT). Los parámetros respiratorios que se pueden obtener con el PPG son: frecuencia respiratoria (RR) y saturación de oxígeno en sangre (SpO<sub>2</sub>). Finalmente, los parámetros hemodinámicos como la presión arterial estimada y flujo sanguíneo pueden determinarse mediante la técnica PPG. Mediante PPG se pueden determinar y medir cambios en el volumen sanguíneo en la piel mediante la emisión y detección de luz. Siendo a su vez, segura debido al no requerir penetrar la piel ni acceder al torrente sanguíneo, se minimizan los riesgos de infecciones y otras complicaciones asociadas a procedimientos invasivos.

Uno de los principales retos para la adquisición de las señales PPG consiste en eliminar el ruido eléctrico. Por eso es importante la selección de dispositivos de instrumentación que puedan reducirlo o eliminarlo. El ruido eléctrico se puede definir como señales no deseadas que pueden interferir con señales de interés. En la literatura se han abordado diferentes tecnologías y herramientas para mejorar el proceso de adquisición de las señales PPG. De acuerdo a [5], existen diferentes elementos que pueden agregar ruido eléctrico durante la adquisición de la señal PPG. Los elementos correspondientes son: la luz, el amplificador, el acondicionamiento de la señal y el convertidor ADC. En el siguiente trabajo [6], se implementan técnicas de inteligencia artificial en conjunto con la transformada wavelet para la reducción de ruido. Sin embargo, aquí se utiliza la cámara de un celular para la adquisición de las señales PPG. En [7], se consideran que los métodos basados en wavelets o en filtros adaptativos pueden eliminar con éxito los artefactos de movimiento, pero no pueden resolver el problema de eliminación de ruido en los componentes de alta frecuencia debido a la generación de ruido esporádico. Estos autores plantearon una alternativa universal para la reducción de ruido en señales PPG para optimizar el tiempo de diseño.

En [8], se propone la integración transformada wavelet discreta DWT (discrete wavelet transform) en conjunto con el filtro digital Savitzky-Golay (SG) para eliminar ruido con de las señales PPG. El algoritmo propuesto por estos autores se conservan las propiedades y características principales de la señal reduciendo eficazmente el ruido de la señal. Una de las limitantes al utilizar filtros digitales o inteligencia artificial para suavizar o filtrar las señales PPG, es que se requieren muchos recursos computacionales para llegar a la implementación para aplicaciones de tiempo-real. En consecuencia, diseñadores optan por la implementación de filtros analógicos para la adquisición de las señales para que el dispositivo de control se enfoque en otras tareas de control.

Este trabajo está enfocado en el desarrollo de un sistema de adquisición de señales PPG basado en SoC (system on chip). Estos dispositivos cuentan con características que los hacen atractivos para la implementación de sistemas embebidos. Los SoC's integran módulos, como ADC, UART, Temporizadores, etc. Además, elementos como amplificadores operacionales y comparadores analógicos también son incluidos. Estos últimos son ampliamente utilizados para el preprocesamiento de las señales PPG. Tomando ventaja de los PSoc es posible la reducción de elementos externos y optimizar el espacio del diseño. En línea con las prioridades nacionales en temas de salud, el desarrollo de un sistema de adquisición de señales basado en PPG y tecnología SoC ofrece una alternativa innovadora y segura, al ser un método no invasivo que minimiza riesgos y mejora la comodidad del paciente durante el monitoreo de signos vitales, reforzando así las estrategias preventivas y de tratamiento frente a esta problemática. En este contexto, es pertinente y relevante desarrollar equipos biomédicos ya sea para propósitos académicos como de investigación.

El presente trabajo se divide en principalmente en 5 secciones. En la Sección 2 se revisarán los trabajos relacionados que utilizan dispositivos microcontroladores para adquisición de señales PPG. Sección 3 se describen los materiales y métodos implementados en este trabajo, describiendo la descripción del sistema biomédico propuesto basado en tecnologías reconfigurables. La Sección 4 muestra el rendimiento del sistema a través de resultados experimentales comparando con un oxímetro comercial. Finalmente, en la última sección se resumen las principales hallazgos, conclusiones y contribuciones de este trabajo.

## II. TRABAJOS RELACIONADOS

En esta sección se describirán los trabajos relacionados con el presente estudio. Estos trabajos destacan enfoques para el desarrollo y validación de dispositivos biomédicos en aplicaciones de monitoreo (por ejemplo, medición continua de la frecuencia cardíaca) utilizando tecnología PSoc para la adquisición y procesamiento de señales PPG's. Así mismo se revisará la literatura de otros dispositivos de desarrollo como ESP32 y microcontroladores PIC's.

Como ya se había mencionado previamente PSoc es un microcontrolador de alta integración que combina elementos digitales y analógicos reconfigurables en un solo chip. Los propósitos fueron desarrollar un SoC que tuviera flexibilidad y adaptabilidad para optimizar los recursos en el diseño electrónico.

A continuación, se presenta una breve descripción de la literatura sobre la tecnología PSoc. El trabajo [9] presenta un prototipo de instrumento vestible basado en tecnologías reconfigurables utilizando PSoc 5LP. El objetivo principal de este dispositivo era el monitoreo de profesionales de alto riesgo y alta actividad, especialmente el personal militar. Cabe mencionar la familia PSoc 5LP incluye el módulo Mixer (no incluido en PSoc 4200M) para la retención de muestras y Comparador siendo estos indispensables para diseñar un detector de picos en forma analógica.

El siguiente estudio [10] se centra en el desarrollo de un sistema de monitoreo remoto basado en la salud infantil. Este sistema integra la transmisión inalámbrica de datos que permiten la supervisión en tiempo real por parte de los padres. El uso de la tecnología del microcontrolador PSoc CY8C24223 ofrece varias ventajas clave, incluyendo la flexibilidad

en el diseño, el bajo consumo de energía y la capacidad de integrar múltiples funciones en un solo chip. En el siguiente trabajo los autores [11], diseñaron un dispositivo oxímetro de pulso no invasivo implementando el principio de transmitancia. El MCU (Microcontroller Unit) utilizado fue el microcontrolador PIC18F4520. En [12], está basado en un PPG verifica si la frecuencia cardíaca es normal o no, en caso de una condición anormal, se envía un SMS al número de móvil mediante un módulo GSM. El microcontrolador PIC16F877. En [13], se propone el microcontrolador MCU STM32-F4 para la monitorización de la presión arterial mediante una técnica de PPG, el sistema adquisitivo está basado en fotomultiplicador de silicio (SiPM). Estos autores pudieron determinar la tasa de respiración y la variabilidad de la frecuencia cardíaca.

La investigación del siguiente trabajo se desarrolló bajo condiciones de laboratorio, en especial de resonancia magnética de campo débil validando el correcto funcionamiento y utilidad práctica de las señales PPG detectadas en tiempo real para su posterior procesamiento y análisis en los tres prototipos basados microcontrolador Arduino utilizando los modelos UNO, NANO y PRO MINI [14].

### III. MÉTODOS Y MATERIALES

Para el desarrollo de este estudio se implementó un sistema embebido orientado a la adquisición y análisis de señales PPG, diseñado específicamente para evaluar parámetros de frecuencia cardíaca (BPM) y variabilidad de la frecuencia cardíaca (HRV). El sistema está compuesto por un microcontrolador PSoC 4200M (modelo CY8C4247AZI-M485) encargado de adquirir la señal analógica proveniente de la salida de un JFET 2N5457 en conjunto con un LED como fotosensor, para procesar localmente y transmitir los datos hacia una interfaz gráfica de usuario (GUI) desarrollada en Python mediante la biblioteca PyQt5. La GUI permite la visualización en tiempo real de la señal PPG, el cálculo de métricas cardíacas y la exportación de los datos adquiridos en formato CSV. Además, el sistema cuenta con una máquina de estados y un protocolo de comandos para iniciar y detener la adquisición de manera controlada, garantizando así una interacción estable entre el firmware y el entorno de análisis. La frecuencia de muestreo fue configurada a 500 Hz, permitiendo una resolución adecuada para el análisis detallado de la señal y sus variaciones.

En la Tabla 1 se presenta una comparación técnica entre familias PSoC 4 (4200M), PSoC 5LP y PSoC 6. Aunque el PSoC 5LP se destaca como la mejor opción para procesamiento analógico gracias a su combinación de ADCs Delta-Sigma de alta resolución, múltiples Opamps, Mixers analógicos y un módulo de filtrado digital (DFB), en este trabajo se utilizó el PSoC 4200M debido a su disponibilidad en el laboratorio. Esta familia, a pesar de sus limitaciones frente al 5LP, ofrece un núcleo Cortex-M0 y bloques analógicos suficientes para implementar de manera eficiente el filtrado analógico de señales PPG. En comparación, el PSoC 6 representa una evolución significativa con capacidades de procesamiento dual y mayor rendimiento, pero carece de algunas herramientas analógicas dedicadas que distinguen al 5LP como la mejor opción cuando se prioriza el tratamiento analógico de la señal.

En la Fig. 1, se muestra el esquema experimental utilizado en el presente trabajo. Aquí se muestran los módulos principales: Señal PPG (salida Filtro pasa altas), Temporizador (SamplingTimer), UART (Universal Asynchronous Receiver/Transmitter), Opamp y un ADC (ADC\_SAR\_1), los cuales son descritos a continuación.



## A. Señal PPG

La señal PPG tiene que ser preprocesada analógicamente para eliminar componentes de baja frecuencia no deseadas. Por este motivo aquí se propone un filtro pasivo RC pasa altas. En la ecuación (1) se muestra el diseño del filtro utilizados para este trabajo, los valores de los componentes son:  $R = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 2.2 \text{ }\mu\text{F}$ , estos dan como resultado una frecuencia de corte ( $-3 \text{ dB}$ ) aproximadamente  $0.72 \text{ Hz}$ .

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1)$$

Una vez capturada la señal PPG, se realizará un análisis de variabilidad cardiaca (HRV de sus siglas en inglés) Uno de los parámetros importantes de la señal PPG corresponde a los intervalos RR. Los cuales representan la secuencia de intervalos entre latidos designación (estos provienen de los picos R en el complejo QRS de un ECG).

$$RR_i = t_{i+1} - t_i \quad (2)$$

Donde  $t_{i+1}$  y  $t_i$  corresponde al tiempo actual y anterior en donde se encuentra el máximo global, respectivamente.

El promedio de los intervalos RR se calcula con (3):

$$\overline{RR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N RR_i \quad (3)$$

La desviación estándar y raíz cuadrada de la media de las diferencias cuadradas entre RR consecutivos puede determinarse las ecuaciones (4) y (5), respectivamente.

$$SDNN = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (RR_i - \overline{RR})^2} \quad (4)$$

$$RMSSD = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (RR_{i+1} - RR_i)^2} \quad (5)$$

Finalmente, el porcentaje de diferencias entre RR consecutivos mayores a  $50 \text{ ms}$  (pNN50) puede ser determinado a partir de (6):

$$pNN50 = \frac{NN50}{NN-1} \times 100 \quad (6)$$

Donde NN50 representa el número de pares consecutivos de los intervalos RR superan los  $50\text{ms}$ , NN son todos los pares consecutivos de los intervalos RR.

### *B. SamplingTimer*

El módulo SamplingTimer fue configurado con un reloj de 24 MHz (Clock\_1). Este genera un pulso de interrupción periódica (para este caso es cada 2 ms para tener 500 Hz). La salida “interrupt” dispara la lectura del ADC en el ISR (TC\_Interrupt). El temporizador periódicamente inicia la conversión ADC; al completarse, los datos crudos se envían por UART a la GUI.

### *C. UART*

Para el envío y manejo de datos por comunicación serial se utilizó el módulo UART. Al terminar cada conversión SAR, el ISR recopila el valor y lo transmite por UART en forma de bloques binarios (por ejemplo, 64 muestras de 16 bits). Este mismo responde a comandos de control (‘CONNECT’, ‘START\_STREAM’, ‘STOP\_STREAM’, etc.) y envía confirmaciones (‘OK’, ‘STREAM\_ON’, ‘STREAM\_OFF’, ‘BYE’).

### *D. Opamp*

El módulo Opamp opera en modo no inversor para amplificar la pequeña variación de luz reflejada por el tejido a partir del fototransistor. La salida de este dispositivo provee la señal condicionada para el conversor ADC. Este módulo es configurado en modo no inversor con una red de retroalimentación que implementa una función de filtrado pasa bajas tipo shelving. Este tipo de configuración no solo atenúa las frecuencias altas por encima del punto de corte, sino que también permite mantener o amplificar las componentes de baja frecuencia, mejorando así la relación señal/ruido de la señal PPG. La ganancia se define principalmente por la relación entre las resistencias en la red de realimentación, mientras que el comportamiento de filtrado se ajusta mediante capacitores estratégicamente ubicados para definir la frecuencia de transición del filtro.

### *E. ADC\_SAR\_1*

El bloque “ADC\_SAR\_1” corresponde a un Convertidor SAR de 12 bits (de sus siglas en inglés Successive Approximation Register). El ADC es configurado para adquirir muestras de una señal analógica a partir de la salida del Opamp. La conversión es iniciada de forma periódica por una interrupción de temporizador, que activa el ADC, espera a que la conversión finalice y almacena el resultado digital (12 bits) en un búfer. Una vez se acumulan 64 muestras, estas son enviadas en bloques a través de UART para su posterior visualización y análisis en la interfaz gráfica. Este esquema permite una adquisición sincronizada y eficiente, adecuada para el procesamiento de señales biomédicas en tiempo real.

### *F. LED*

El LED es utilizado para indicar el estado de muestreo o de conexión (en este caso es para indicar que no hay transmisión hacia la PC) esté conectado a un pin de propósito general (GPIO). El LED actúa como indicador de estado según los comandos UART recibidos: al iniciar el programa (y tras CONNECT) permanece apagado, señalando que está en modo espera; al ejecutar START\_STREAM se garantiza que esté apagado (LED\_Write(0)), indicando que el streaming de datos está activo; con STOP\_STREAM se enciende (LED\_Write(1)), señalando que la adquisición ha sido detenida; y al recibir DISCONNECT no se cambia su estado, de modo que el LED queda en la última condición establecida hasta un reinicio.

### G. Filtro IIR Butterworth en GUI

El filtro digital utilizado en este trabajo se llevó a cabo del lado de la GUI, y corresponde a un filtro IIR Butterworth pasa bajas de orden  $N = 2$ , con frecuencia de corte  $f_c$  de 5 Hz con frecuencia de muestreo  $f_s$  de 500 Hz, debido a que este tiene una respuesta suave, es decir, que no presenta ondulaciones en la banda pasante, manteniendo la morfología de los PPG's. Los parámetros utilizados aquí permiten un balance adecuado entre rendimiento y costo computacional en comparación con un filtro FIR.

Para obtener los coeficientes del filtro se utiliza la función *butter* en Python:

$$b, a = \text{butter}(N, W_n, \text{btype}='low')$$

La frecuencia normalizada puede ser determinada mediante (7)

$$W_n = \frac{f_c}{f_s/2} \quad (7)$$

Los coeficientes del filtro Butterworth pasa bajas de segundo orden, con una frecuencia de corte de 5 Hz y muestreo a 500 Hz, son:

$$b = [0.00094469, 0.00188938, 0.00094469]$$

$$a = [1.0, -1.91119707, 0.91497583]$$

Estos coeficientes  $b$  y  $a$  corresponden al numerador y denominador, respectivamente.

En la ecuación (8), se presenta la forma en diferencias resultante del filtro IIR utilizado.

$$y[n] = 0.00094469 \cdot x[n] + 0.00188938 \cdot x[n-1] + 0.00094469 \cdot x[n-2] - 1.91119707 \cdot y[n-1] + 0.91497583 \cdot y[n-2] \quad (8)$$

## IV. RESULTADOS Y DISCUSIONES

La Fig. 2 GUI en funcionamiento, utilizada para visualizar en tiempo real la señal PPG adquirida mediante el microcontrolador PSoC. En la pestaña “**Real-Time PPG Viewer**”, se observa una traza continua de la señal analógica convertida a valores digitales y el eje ‘x’ expresa la escala de tiempo. El estado “Streaming ON” indica que la adquisición está activa, mientras que el botón “Stop” permite detener la captura. Esta interfaz permite un monitoreo eficaz del pulso en tiempo real, con una visualización clara y precisa de los ciclos cardíacos.

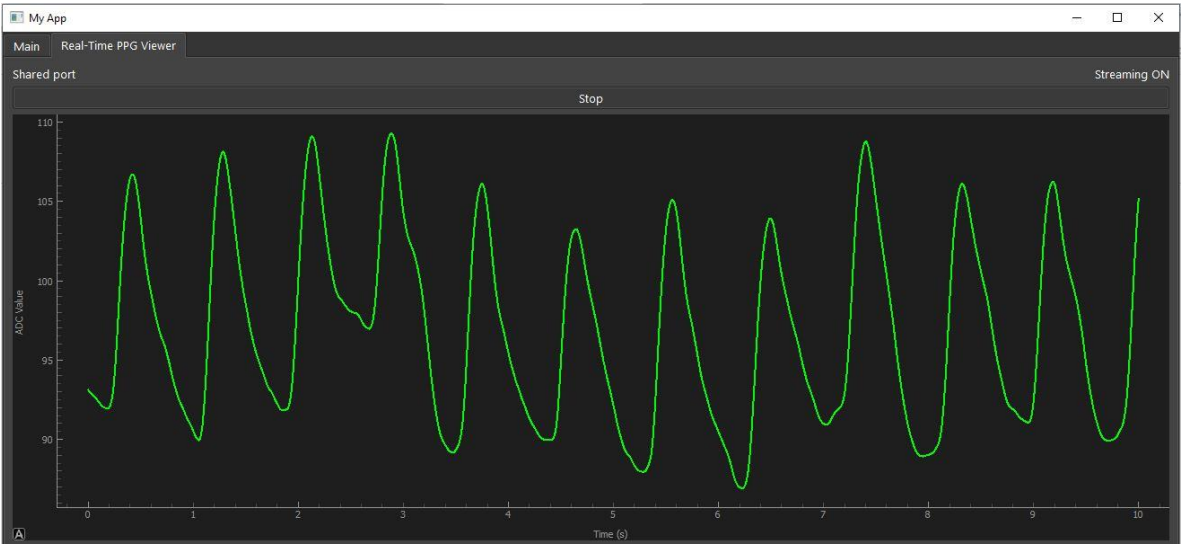


Fig. 2. Visualización en tiempo real de señal PPG adquirida por el sistema embebido.

10



Fig. 3. Captura y almacenamiento de señal PPG en tiempo real mediante GUI conectada a PSoC. La señal se muestra en pantalla junto con parámetros fisiológicos como BPM, pulsos y métricas de HRV. La captura puede detenerse con el botón "Stop Capture", y la conexión finalizar con "Disconnect".

Durante la adquisición de la señal PPG, la GUI se conecta al PSoC a través de un puerto serial (por ejemplo, COM8) como se muestra en la Fig. 3. Una vez establecida la conexión, el usuario puede iniciar la captura de datos presionando el botón “Start Capture”. En ese momento, se empieza a registrar la señal en un archivo CSV, cuyo nombre se genera automáticamente con la fecha y hora actuales (por ejemplo, capture\_20250605\_092439.csv). Este archivo se guarda en una carpeta específica (como captures/), lo que permite un registro organizado y ordenado cronológicamente.

La interfaz también permite detener la captura con el botón “Stop Capture”, lo cual finaliza el guardado de datos. Por otro lado, el botón “Disconnect” se encarga de terminar la comunicación entre el PSoC y la GUI, liberando el puerto serial. En la parte inferior de la ventana, la GUI muestra en tiempo real el nombre del archivo CSV que está siendo generado, indicando así que la captura está en curso. La señal PPG se visualiza gráficamente conforme se adquieren los datos, y también se presentan parámetros fisiológicos como BPM, número de pulsos, y métricas de variabilidad de la frecuencia cardiaca (HRV), tales como SDNN y RMSSD. La finalidad de este proceso consiste en asegurar que cada sesión de captura PPG quede documentada y guardada para su posterior análisis, con un nombre de archivo único basado en la hora de inicio.

En la Tabla 2 se registraron los estadísticos de 7 señales PPG capturadas de un sujeto en condiciones de reposo en diferentes sesiones. La duración de cada experimento fue de 60 segundos. En la Fig. 5 se aprecia un oxímetro utilizado como referencia para validar que el valor de los BPM’s calculados en este trabajo estuviera dentro de los valores esperados. La diferencia de las lecturas en la desviación estándar puede atribuirse a la falta de la pinza para controlar la fuerza y el movimiento durante los experimentos.

TABLA 2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS SEÑALES PPG DE 7 EXPERIMENTOS.

| Núm. | BPM (Prom) | BPM (Std) | BPM (Min) | BPM (Max) | BPM (Mediana ) | Latidos |
|------|------------|-----------|-----------|-----------|----------------|---------|
| 1    | 77.08      | 3.33      | 71.26     | 84.03     | 76.92          | 60      |
| 2    | 81.38      | 5.31      | 73.89     | 98.68     | 80.52          | 68      |
| 3    | 87.10      | 4.39      | 74.35     | 96.31     | 87.85          | 83      |
| 4    | 70.17      | 5.12      | 59.41     | 80.65     | 70.22          | 64      |
| 5    | 82.91      | 2.58      | 77.52     | 91.05     | 82.64          | 70      |
| 6    | 79.51      | 7.22      | 48.70     | 90.91     | 80.43          | 71      |
| 7    | 77.6       | 10.2      | 20.3      | 86.2      | 77.9           | 66      |

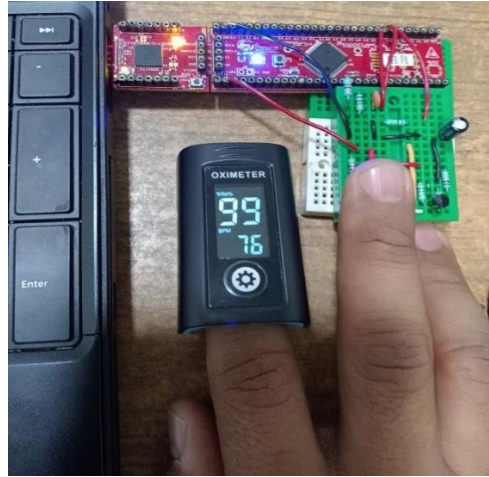


Fig. 4. Monitoreo de la frecuencia cardíaca mediante un oxímetro y PSoC 4200M.

La Fig. 5. muestra la señal PPG en el dominio del tiempo y esta corresponde al experimento 7 mostrado en la Tabla 2. Los picos en color rojo que se muestran en este grafico son tomados como referencia para determinar los BPM's. Asimismo, fueron calculados los BPM's promedio, desviación estándar, mínimo y máximo, mediana y el número total de latidos. Se identificaron 66 latidos en total, con un promedio de 76.7 latidos por minuto, indicando un ritmo cardíaco normal según la literatura. La variabilidad entre los latidos fue de 10.2 BPM y una frecuencia mínima y máxima de 20.3 y 86.2 BPM, respectivamente. La segunda gráfica muestra la serie de intervalos RR, donde se observa una distribución bastante uniforme con pequeñas variaciones. Finalmente, la tercera grafica corresponde a un histograma el cual indica que la mayoría de los intervalos RR están concentrados entre 700 y 800 milisegundos. Este comportamiento sugiere una actividad cardíaca estable y saludable, con variaciones normales. Este tipo de análisis es útil para evaluar no solo el ritmo cardíaco, sino también la variabilidad de la frecuencia cardíaca HRV, un indicador importante del estado fisiológico del cuerpo. Es importante mencionar que los datos de esta figura son crudos y no tienen post-procesamiento.

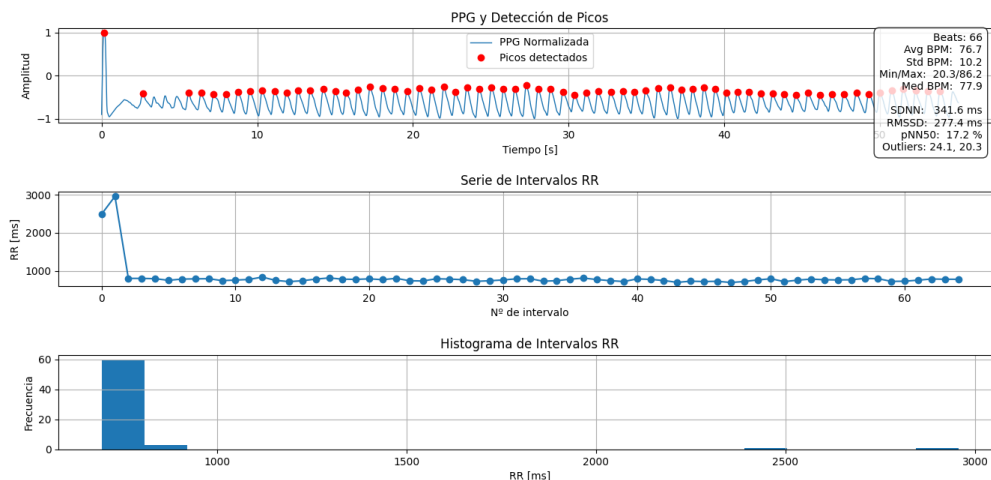


Fig. 5. Análisis estadístico de una señal PPG correspondiente al experimento 7, la primera gráfica corresponde a la señal en el dominio del tiempo y sus respectivos picos, la segunda representa los intervalos RR y la tercera muestra un histograma que muestra donde se concentran la mayoría de los intervalos.

Para validar la precisión de la señal adquirida en comparación con el oxímetro de referencia se realiza un análisis entre el Oxímetro Creative Medical PC-60A y el PSoC, sin embargo, es importante mencionar que para llevar a cabo dicho análisis fue necesario grabar un video de 60 segundos de duración al mismo tiempo que se capturaba la señal a través de la GUI. En el caso del oxímetro solo se tomaron los cambios efectivos entre lecturas, dado que este presenta un factor de corrección entre pulsos quedando en total 32 pulsos. Para alinear los BPMs del PSoC se determinaron los pulsos cada 1.5 segundos reduciendo desde 66 a 37 pulsos en total. Los datos tanto del oxímetro como del PSoC pueden ser apreciados en Fig. 6.

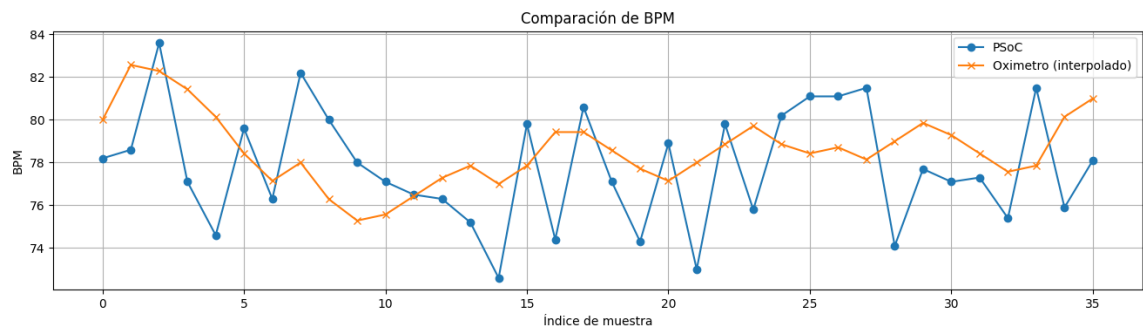


Fig. 6. Comparación directa entre las lecturas de frecuencia cardíaca (BPM) obtenidas mediante dos métodos. Aquí la señal PPG del experimento 7 si incluye post-procesamiento para eliminar los outliers.

13

La Tabla 3 muestra un análisis de confiabilidad que contempla las métricas: media del error absoluto (MAE), raíz del error cuadrático medio (RMSE), prueba t para muestras pareadas e intervalo de confianza al 95% (IC 95%).

TABLA 3. TABLA COMPARATIVA DE BPMs OXÍMETRO VS PSoC.

| Métrica       | Valor            |
|---------------|------------------|
| MAE           | 2.69 BPM         |
| RMSE          | 3.05 BPM         |
| Correlacion r | 0.149 (p=0.386)  |
| T-Test        | 0.1124           |
| IC 95%        | (-0.20,1.82) BPM |

Con un MAE de solo 2.69 BPM, el sistema basado en PSoC ofrece una precisión razonable frente al oxímetro, es decir, la diferencia entre ambos dispositivos es baja [15]. El p-valor del t-test pareado (0.1124) indica que no hay evidencia de una diferencia significativa entre ambos dispositivos, lo que sugiere buena precisión en condiciones prácticas. Finalmente, el intervalo de confianza del 95 % para la diferencia promedio real está entre  $-0.20$  BPM y  $+1.82$  BPM, lo que incluye el cero y refuerza que no existe una discrepancia estadísticamente significativa. Es importante mencionar que la baja correlación se debe principalmente a las diferencias en la frecuencia de actualización de los BPM's de ambos dispositivos y otros factores como la sincronización entre mediciones. Es evidente que el oxímetro no determina el BPM cada segundo a diferencia del PSoC – GUI que es una plataforma diseñada para la captura de la señal PPG para análisis más robusto como HRV.

## V. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Uno de los principales objetivos de este trabajo fue el desarrollo de un sistema de adquisición de señales PPG basado en plataformas SoC. La ventaja fundamental de estos sistemas radica en la integración de módulos analógicos, como amplificadores operacionales, lo que contribuye significativamente a la miniaturización y eficiencia de los diseños electrónicos. El prototipo desarrollado demostró la capacidad de transmitir la señal PPG digitalizada a 12 bits y con una frecuencia de muestreo de 500 muestras por segundo hacia una interfaz de usuario, lo cual resultó suficiente para capturar con fidelidad la forma de onda característica del PPG. Esto permitió un análisis detallado de parámetros como la frecuencia cardíaca, la variabilidad de la frecuencia cardíaca y la perfusión sanguínea, cuyos resultados se ilustran claramente en la Tabla 2 y 3 así como en la Figura 5 y 6. Los datos obtenidos evidencian un desempeño satisfactorio, con valores compatibles con los presentados por oxímetros comerciales de referencia. Con un MAE de solo 2.69 BPM muy por debajo según la literatura, el sistema basado en PSoC ofrece una precisión razonable frente al oxímetro.

Uno de los principales desafíos fue que no se contaba con una pinza para manejar una presión uniforme en las lecturas de los experimentos realizados. Así mismo, lograr una mejor sincronización entre el oxímetro comercial y el PSoC.

Como trabajo futuro, se propone incrementar la frecuencia de muestreo más allá de los 500 SPS actuales para optimizar la resolución temporal y la calidad del análisis de la señal PPG. Según las especificaciones técnicas, el ADC del PSoC tiene la capacidad teórica de alcanzar entre 50 ksp/s y 100 ksp/s de manera estable, sin embargo, la transmisión de datos a través de la UART se presentó como un cuello de botella que limitó la tasa de muestreo efectiva a 500 SPS. Para superar esta limitación, se sugiere implementar un esquema utilizando el PSoC 5LP que incluye módulos DAC's y Mixer analógico para la detección de picos en forma analógica realice el procesamiento inicial de la señal PPG y, posteriormente, transmita los datos procesados a un microcontrolador ESP32 mediante un protocolo de alta velocidad como SPI.

### **CRedit** (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización, Metodología, Software, Investigación, Redacción y preparación del borrador original, Redacción, revisión y edición, Supervisión, Análisis formal, Administración del proyecto: **JEMV, RSRA, RCC, LTP, GPA, RIAF, JAVG**.

**Financiamiento:** Los autores declaran no haber recibido financiación externa.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Estadísticas de mortalidad en México 2018–2022*, 2023. <https://www.inegi.org.mx> (accesed Mar. 3, 2025).
- [2] Organización Mundial de la Salud, *Cardiovascular diseases (CVDs)*, 2022. [https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)) (accesed Mar. 3, 2025).
- [3] Secretaría de Salud, *Cada año, 220 mil personas fallecen debido a enfermedades del corazón*, 2022. <https://www.gob.mx/salud/prensa/490-cada-ano-220-mil-personas-fallecen-debido-a-enfermedades-del-corazon> (accesed Mar. 3, 2025).
- [4] C. Rotariu, V. Manta, “Wireless system for remote monitoring of oxygen saturation and heart rate,” in *Proceedings of the Federated Conference on Computer Science and Information Systems*. (FedCSIS), Wroclaw, Poland, 9-12 Sept. 2012, pp. 193-196. Available: <https://www.academia.edu/download/107699335/343.pdf>
- [5] A. Caizzzone, *An ultra low-noise micropower PPG sensor* (No. 7946), EPFL, 2020. Available: [https://infoscience.epfl.ch/record/277680/files/EPFL\\_TH7946.pdf](https://infoscience.epfl.ch/record/277680/files/EPFL_TH7946.pdf)
- [6] R. Ahmed, A. Mehmood, M. Rahman, O. Dobre, “A deep learning and fast wavelet transform-based hybrid approach for denoising of PPG signals,” *IEEE sensors letters*, vol 7, no. 7, pp. 1-4, Jun. 2023, available: <https://arxiv.org/pdf/2301.06549>
- [7] J. H. Kwon, S. E. Kim, N. H. Kim, E. C. Lee, J. H. Lee, “Preeminently robust neural ppg denoiser,” *Sensors*, vol. 22, no. 6, pp. 2082, Mar. 2022, available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/6/2082>
- [8] Q. Wang, H. Yang, K. Fan, “Joint discrete wavelet transform and improved Savitzky-Golay filtering for noise reduction of PPG signals,” in *Fourth International Conference on Sensors and Information Technology (ICSI 2024)*, Xiamen, China, May., 2024, pp. 447-454.
- [9] V. Toral, A. García, F. J. Romero, D. P. Morales, et al., “Wearable system for biosignal acquisition and monitoring based on reconfigurable technologies,” *Sensors*, vol. 19, no. 7, pp. 1590, Mar. 2019. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/19/7/1590>
- [10] A. Lukianchuk, H. Klym, T. Tkachuk, I. Rudavskyi, “Remote health monitoring system for infants based on PSoC,” *Electronics and information technologies/Електроніка та інформаційні технології*, no. 28, pp. 95-108, 2024.
- [11] A. Y. Elagha, A. A. EL-Farra, M. H. K. Shehada, “Design a non-invasive pulse oximeter device based on PIC microcontroller,” in *2019 International Conference on Promising Electronic Technologies (ICPET)*, Oct. 2019, pp. 107-112.
- [12] A. Saha, S. Saha, P. Mandal, P. Bawaly, M. Roy, “Microcontroller-Based Heart Rate Monitor,” In *Computational Advancement in Communication, Circuits and Systems. Lecture Notes in Electrical Engineering*, Singapore: Springer, 2022, pp.1169-1172, doi: [https://doi.org/10.1007/978-981-16-4035-3\\_24](https://doi.org/10.1007/978-981-16-4035-3_24)
- [13] D. Agrò, R. Canicattì, A. Tomasino, A. Giordano, G. Adamo, A. Parisi, et al., “PPG embedded system for blood pressure monitoring,” in *2014 AEIT Annual Conference-From Research to Industry: The Need for a More Effective Technology Transfer (AEIT)*, Trieste, Italy, Sep. 2014, pp. 1-6.
- [14] J. Přibíl, A. Přibílová, I. Frollo, “Comparison of three prototypes of PPG sensors for continual real-time measurement in weak magnetic field,” *Sensors*, vol. 22, no. 10, pp. 3769, May. 2022. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/10/3769/pdf?version=1652687358>
- [15] J. Gerald Dcruz, P. Yeh, “The Accuracy of Pulse Oxygen Saturation, Heart Rate, Blood Pressure, and Respiratory Rate Raised by a Contactless Telehealth Portal: Validation Study”, *JMIR Formative Research*, 8, 2024, e55361. Available: <https://doi.org/10.2196/55361>

## Estudio y análisis del estado de carga y descarga de baterías de plomo-ácido usando técnicas de filtro promedio móvil

Study and analysis of the of charge and discharge state of lead-acid batteries using moving average filter techniques

Miguel Ángel Hernández Epigmenio <sup>1</sup>

Irma Martínez Carrillo <sup>2</sup>

Carlos Juárez Toledo <sup>3</sup>

Ulices Camacho Altamirano <sup>4</sup>

Universidad Autónoma del Estado de México,  
Unidad Académica Profesional Tianguistenco,  
MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-1683-4080 / mahernandeze001@profesor.uaemex.mx

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-7952-4418 / imartinezca@uaemex.mx

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-7440-3246 / cjuarezt@uaemex.mx

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-4902-6936 / ucamachoa@uaemex.mx

<https://cientifica.site>

Recibido 13/06/2025, aceptado 15/09/2025.



## Resumen

Las baterías de plomo-ácido se han convertido en los módulos de almacenamiento de energía más populares, siendo utilizadas en diferentes aplicaciones desde una simple calculadora hasta en vehículos eléctricos, robots y satélites controlados por la inteligencia artificial. Su alta capacidad de almacenamiento energético, junto con el número de ciclos de carga y descarga durante su vida útil, han respondido satisfactoriamente a los requerimientos energéticos de los dispositivos electrónicos modernos. Sin embargo, estas baterías comerciales comparten un cierto número de componentes específicos dependiendo del tipo de aplicación para las que fueron diseñadas. Esta versatilidad ha favorecido su uso frecuente, gracias a su alta eficiencia energética y prolongado tiempo de vida. Este trabajo tiene la finalidad de analizar, cuantificar y estudiar el proceso de carga y descarga de una batería de plomo-ácido en función de su señal de voltaje y corriente, durante un consumo energético en tiempo real, mediante la operación de un motor de corriente directa (DC). Además, se analiza la densidad espectral de la relación entre el consumo y el estado original de carga de la batería.

La principal contribución de este estudio es la validación experimental de la atenuación de los modos de frecuencia presentes en las señales de voltaje y corriente obtenidas, mediante la implementación de un filtro promedio móvil. Este filtro permite eliminar el ruido no deseado de las señales originales, lo que mejora la calidad de los datos y permite una evaluación más precisa del rendimiento de carga y descarga de la batería, proporcionando información cuantificable sobre su desempeño y vida útil.

**Palabras clave:** filtro, voltaje, corriente, batería, carga, descarga, energética, ruido.

## Abstract

The lead-acid batteries have become the most popular energy storage modules, being used in a wide range of applications, from calculators to electric vehicles, robots, and satellites controlled by artificial intelligence. Their high energy storage capacity, along with the number of charge and discharge cycles throughout their service life, has successfully met the energy demands of modern electronic devices.

However, these commercial batteries share certain specific components depending on the type of application for which they were designed. This versatility has favored their frequent use due to their high energy efficiency and extended lifespan.

The aim of this work is to analyze, quantify, and study the charging and discharging process of a lead-acid battery based on its voltage and current, under real-time energy consumption conditions through the operation of a DC motor. In addition, the spectral density of the relationship between energy consumption and the battery's original state of charge is analyzed.

The main contribution of this study is the experimental validation of the frequency mode attenuation in the voltage and current signals obtained, through the implementation of a moving average filter. This filter effectively removes unwanted noise from the original signals, enhancing data quality and allowing for a more accurate evaluation of the battery's charge and discharge performance, providing quantifiable information on its efficiency and state of health.

**Index terms:** filter, voltage, current, battery, charge, discharge, energy, noise.

## I. INTRODUCCIÓN

En la tercera década del siglo XXI, la importancia de enfrentar el cambio climático y la necesidad de educar a la sociedad hacia la transición en las tecnologías sostenibles y energías limpias se ha vuelto primordial. Uno de los sectores clave en esta transformación es el transporte, debido a su alta demanda energética y su importante contribución a la contaminación ambiental. Para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero y contaminantes locales, como óxidos de nitrógeno (NO<sub>x</sub>) y material particulado, se está promoviendo el uso de vehículos eléctricos como alternativa a los de combustión interna [1]. Convencionalmente la gran mayoría de estos vehículos utilizan baterías de plomo-ácido o de litio, debido a su alta densidad energética, larga de vida útil y buenas capacidades de carga y descarga [2]. Aunque algunos modelos híbridos aún emplean baterías de níquel-hidruro metálico, se espera que hacia 2030, casi todos los vehículos eléctricos usen tecnologías basadas en litio, incluso en versiones más avanzadas que las actuales [3]. Este crecimiento sostenido plantea desafíos importantes para el suministro de materias primas y la gestión del fin de vida útil de las baterías. Ya sea para su reutilización en aplicaciones de menor demanda (segunda vida) o para reciclaje, se requiere una planificación adecuada que incluya tecnologías de recuperación, cadenas logísticas eficientes y políticas de incentivo [4], [5].

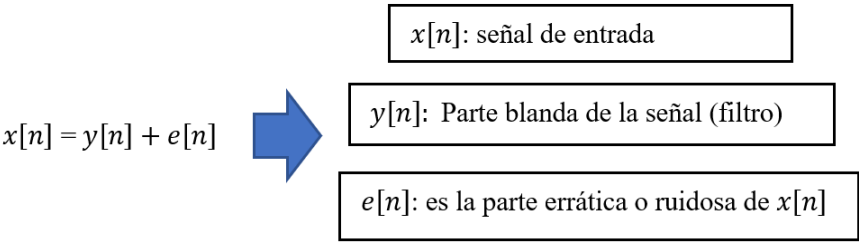
Las baterías que ya no tienen capacidad para la función original pueden ser reacondicionadas para cumplir una nueva función o segunda vida con demandas menos exigentes [6]. En general la reutilización, siempre que sea factible, será más fácil y flexible de implementar en cuanto a las condiciones de mercado, y más eficiente en cuanto a los recursos necesarios, que el reciclaje de los materiales de sus componentes.

3

No obstante, algunos de los materiales que se pueden recuperar de las baterías, al final de la primera o de la segunda vida, son muy valiosos, y los grados de recuperación alcanzados con las nuevas tecnologías, cuando existe la combinación de los volúmenes suficientes de baterías usadas, los circuitos adecuados de recolección, y las políticas de incentivo adecuadas, pueden justificar la factibilidad de los emprendimientos [7]. En algunos países como China y Japón, se han establecido sistemas de incentivos cruzados entre las agencias de protección ambiental y los productores, recolectores y tratadores de las baterías usadas, en forma escalonada y transitoria, para asegurar la puesta en marcha del sistema de gestión integral de las mismas [8].

Para complementar los estudios relacionados con las baterías, se han realizado análisis de señales de sistemas con carga conectados a baterías para estudiar el comportamiento de carga en fenómenos reales, por ejemplo: ondas sísmicas, vibraciones de motores, parámetros atmosféricos o bioseñales, además, es posible encontrar aplicaciones para monitorear la actividad eléctrica y mecánica del corazón, ondas cerebrales, sonidos emitidos por la voz, entre otros [9], [10]. El Procesamiento de estas señales sirven para muchas aplicaciones, incluido análisis, síntesis, filtrado, caracterización o modelado, modulación, estimación, clasificación, supresión, ecualización, codificación y sincronización [11]. El filtro promedio móvil, desarrollado por Steven W. Smith, se utiliza para minimizar el nivel de ruido de series de datos temporales, además de actuar como un filtro de paso bajo digital, suavizando los datos numéricos de la señal en tiempo real [20]. Matemáticamente, es similar a la convolución en el procesamiento de señales, por lo que, debido a su simplicidad, se utiliza para señales codificadas en el dominio del tiempo [12], [13].

El filtro de media móvil se utiliza con frecuencia para reducir la magnitud del ruido presente en una señal [14], [15]. Este proceso de filtrado se representa algebraicamente de la siguiente manera:



Este filtro tiene diferentes aplicaciones para obtener información real de datos numéricos principalmente aplicados a ingeniería, circuitos eléctricos, finanzas, precios en la canasta básica, censos de población, estadística avanzada, etcétera [16].

En este trabajo se presenta el análisis y estudio del estado de carga y descarga en tiempo real de una batería de plomo-ácido mediante el estudio de las señales de voltaje y corriente. La finalidad es aplicar la técnica del filtrado media móvil a dichas señales, para eliminar ruido no deseado y así obtener una mejor información cuantificable y viable del estado de carga y descarga de la batería.

II. METODOLOGÍA

En la Fig. 1 se presenta el diagrama del procedimiento propuesto para el análisis del filtrado aplicado a las señales de voltaje y corriente de la batería de plomo-ácido.

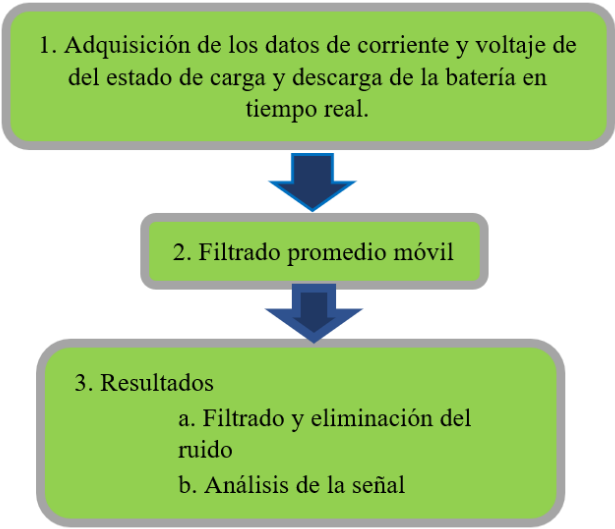


Fig. 1. Metodología de estudio.

A. Adquisición de los datos de corriente y voltaje

En esta sección se describe y analiza el procedimiento de levantamiento de los datos numéricos correspondientes a la corriente y al voltaje. Para ello, se pone en funcionamiento un motor de corriente directa (DC) conectado a la batería, cuya velocidad es regulada manualmente mediante un potenciómetro controlado por modulación por ancho de pulso (PWM), operando en tres condiciones: baja, media y alta velocidad, una vez adquiridos los datos a través de los sensores, estos se transforman al dominio de la frecuencia con el fin de facilitar su procesamiento y análisis (véase Fig. 2), las especificaciones de la batería de plomo-ácido utilizada se presentan a continuación (véase Tabla 1).

TABLA 1. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LA BATERÍA DE PLOMO –ÁCIDO.

|                                      |               |
|--------------------------------------|---------------|
| Marca                                | Italika       |
| Voltaje                              | 12 V          |
| Corriente                            | 7Ah           |
| Composición de las celdas de batería | Plomo – Ácido |
| Peso                                 | 1 kilogramo   |

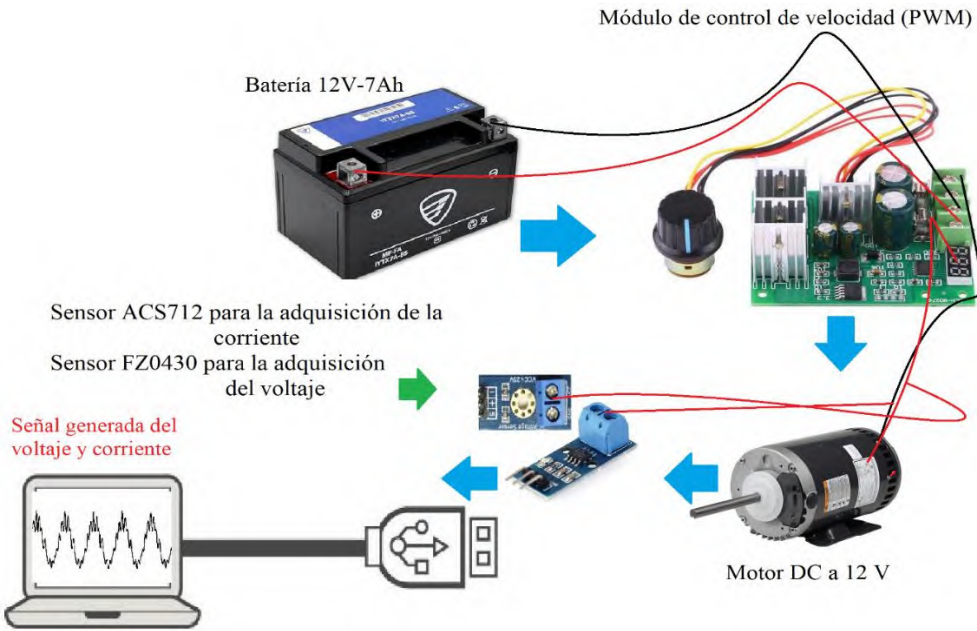


Fig. 2. Adquisición de los datos (señales) de corriente y voltaje.

El sensor ACS712 se emplea para la medición de corriente, mientras que el sensor FZ0430 se utiliza para la medición de voltaje, ambos dispositivos se conectan al motor de corriente directa (DC) con el propósito de registrar el consumo de voltaje y corriente durante su operación, una vez que el (PWM) se regula a través de un potenciómetro, este mismo se alimenta con una batería de 12 V y 7Ah (véase Fig. 2). Para la validación del método propuesto se consideran una

rutina de prueba de 100 milisegundos regulando a diferentes velocidades con un total de 100 lecturas de datos recaudados por cada rutina. Los datos numéricos de las señales generadas de (voltaje y corriente) se transforman al dominio de la frecuencia, y se procesan en MATLAB mediante la aplicación de un filtro de media móvil, Este procedimiento permite obtener una cuantificación más precisa del proceso de carga y descarga de la batería durante la puesta en marcha del motor, así como una estimación más exacta de cantidad de energía.

Los motores de DC durante su funcionamiento tienen factores de rendimiento en base a su consumo energético cuando están conectados a una fuente de voltaje directa (CD) o batería, estos generan señales durante el periodo de carga y descarga de voltaje y corriente, estas señales contienen ruido de alta frecuencia respecto a su velocidad y aceleración del motor, por lo que al implementar un filtrado adecuado como el de este trabajo es beneficioso para reducir los errores causados por el ruido y garantizar la vida útil del motor, su eficiencia y la vida útil de la batería.

### B. Filtrado promedio móvil

El filtro promedio móvil se utiliza comúnmente con datos de series temporales para suavizar las fluctuaciones a corto plazo y destacar tendencias o ciclos a largo plazo, muy conocido en el ámbito del procesamiento digital de señales [13], [14]. Funciona promediando un número predefinido de puntos de la señal de entrada dentro de una ventana de tiempo para producir un punto en la señal de salida, así mismo puede considerarse como una ventana de tiempo que se mueve a lo largo de la señal de entrada, realizando un promedio local y puede utilizarse eficazmente para reducir el ruido no correlacionado en las señales de los sensores inerciales, se muestra en la Fig. 3, la representación básica del filtro promedio móvil de diferente orden “N” según su promedio de suavizado en función al ruido que contiene una señal [15].

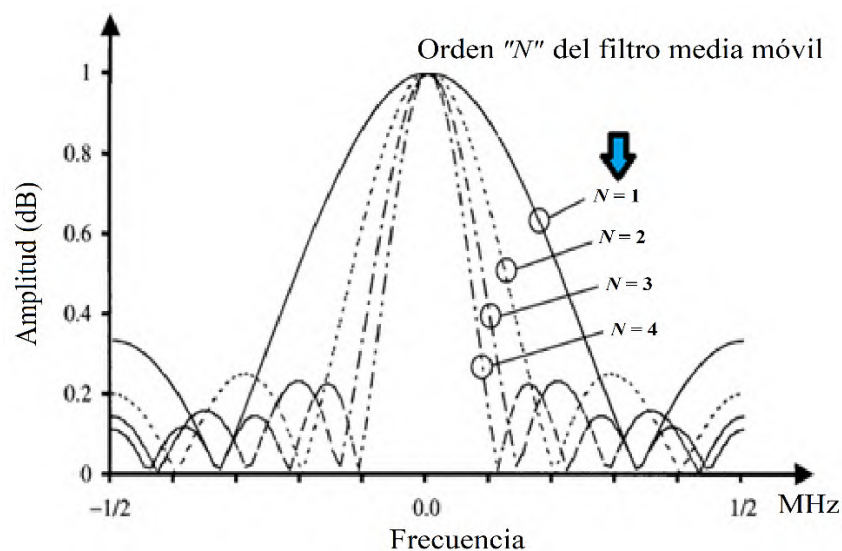


Fig. 3. Comportamiento básico de un filtro media móvil de diferente orden "N" [16].

La función del filtro de media móvil se puede expresar mediante una serie de números y un subconjunto de tamaño fijo. El primer elemento de la media móvil se obtiene tomando el promedio del subconjunto fijo inicial de la serie numérica. Luego, el subconjunto se modifica mediante un desplazamiento hacia adelante; es decir, excluyendo el primer número de la serie e incluyendo el siguiente valor del subconjunto como se muestra básicamente en la Fig. 4.

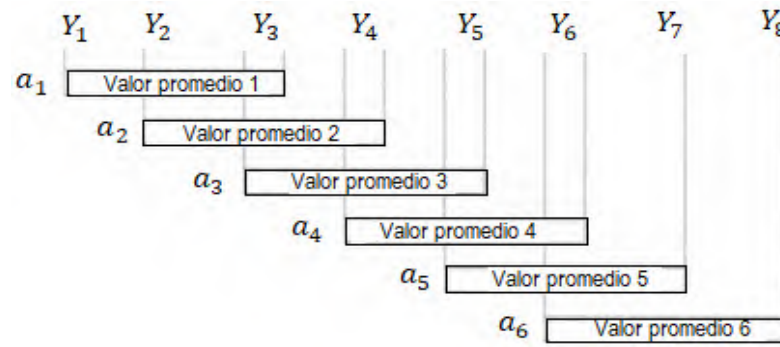


Fig. 4. Principio numérico del filtro de media móvil [17].

Así mismo en los sistemas dinámicos el ruido en una señal puede ocurrir en cualquier lugar, esta limitación dificulta que cualquier método de filtrado minimice el error entre la señal filtrada y la señal original [16], ya que el ruido es el conjunto de datos, señal, imagen o información en general que puede causar estragos en los sistemas de control funcionales dinámicos en tiempo real, algunos puntos en donde se puede generar son:

- El sensor, transductor o actuador con el que interactúa la señal.
- Malas prácticas de cableado, en el canal o en la interfaz de medición y sensor, y entre cada etapa.
- La mala interpretación de una señal, en el método de análisis y modelización.
- Efectos de la contaminación en productos electrónicos.
- Cables largos que captan radiofrecuencia o proximidad a otros equipos eléctricos.

Matemáticamente un filtro medio móvil es un tipo de convolución y se considera un ejemplo de filtro paso bajo comúnmente utilizado en el procesamiento de señales [15]. Al utilizarse con datos no temporales, los filtros de media móvil eliminan componentes de alta frecuencia sin ninguna conexión específica con el tiempo. La ecuación básica del filtro media móvil está dada por:

$$\gamma[n] = \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} \sum_{K=-M_1}^{M-1} x[n + k] = \frac{1}{M_1 + M_2 + 1} (x[n + M_1] + x[n + M_1 - 1] + \dots + x[n] + x[n - 1] + \dots + x[n + M_2]) \quad (1)$$

Donde:

$\gamma[n]$ : es la señal de salida filtrada.

$x[n]$ : es la señal de entrada.

$M$ : número de puntos utilizados en el filtrado.

En determinados métodos de procesamiento y análisis de datos comúnmente se introducen algún ruido, perturbación o modificación colateral, aunque pueda suponer el coste de obtener otros beneficios. Este ruido varía según el sistema de estudio y puede ocurrir debido a diferentes efectos, como ruido térmico, ruido de disparo y calidad de fabricación [16]. El filtro media móvil en el procesamiento de señales digitales suaviza las fluctuaciones de alta frecuencia en los datos o eliminar tendencias periódicas de una frecuencia específica de los datos. El filtro opera promediando una cantidad de puntos de la señal de entrada para producir cada punto de la señal de salida [17]. Se muestra en la Fig. 5 la variación y desempeño del filtro de media móvil según su media y respecto a su frecuencia.

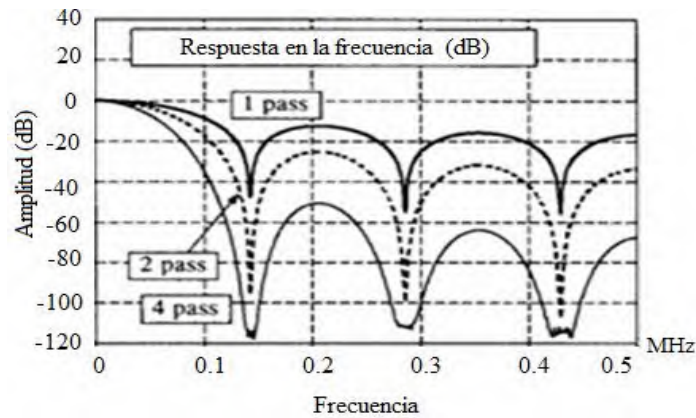


Fig. 5. Desempeño del filtro promedio móvil en el dominio de la frecuencia [16], [17].

Se fundamenta teóricamente que  $x[n]$  es la señal de entrada y  $y[n]$  es la respuesta de salida resultante. Por ejemplo, si  $N = 3$ , el filtro de media móvil en el punto 3 viene dado por la entrada/salida y queda expresado de la siguiente manera:

$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2]) \quad (2)$$

8

Seguidamente el "punto  $N$ " refiere el número de valores de entrada utilizados al calcular la salida del filtro. El filtro se conoce como filtro de promedio móvil, porque calculamos el siguiente valor y  $[n-1]$  de la salida, moviendo el intervalo de tiempo sobre el cual se calcula la salida del filtro. El filtrado utiliza los valores de la señal original para calcular el promedio, sin embargo, de acuerdo con estos valores el filtrado no se debe ver afectado con respecto a la señal original, el único inconveniente es que la señal filtrada se retrasa ligeramente [16]. Este filtro se implementa como una función de filtro de un solo punto que recibe un valor sin filtrar y devuelve su versión filtrada.

En la Fig. 6 se representa una señal con ruido a) y su aplicación de filtrado b), se observa que se eliminó gran cantidad del ruido (información no deseada).

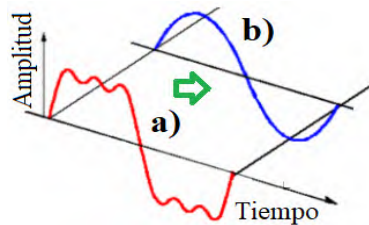


Fig. 6. Representación de una señal con ruido con su respectivo filtrado media móvil [21].

### C. Resultados

Los resultados obtenidos se dividen en dos secciones, la primera muestra la técnica de filtrado media móvil de las señales de voltaje y corriente de descarga de la batería en el dominio de la frecuencia. La segunda sección describe el análisis de las señales originales y su respectivo filtrado mediante un método numérico. Para demostrar la precisión de

la técnica, se pone en funcionamiento el motor DC a diferentes velocidades para y realizar un estudio numérico de la frecuencia en base a sus diferentes velocidades del motor conectado a una batería cargada a 12 voltios, de esta forma se valida el estado de carga y descarga de la batería, así como su rendimiento.

El orden del filtrado "N" para la señal de voltaje y corriente que se muestran en esta sección hacen referencia a los trabajos [9], [10], [20], donde se realiza un análisis de la reconstrucción de señales de ritmo cardiaco, el análisis frecuencial de la velocidad de un motor trifásico y la implementación de un filtro digital en tiempo real para detección de una onda R, así mismo se valida experimentalmente que los filtrados de menor orden *N*, tienen mejor desempeño y rendimiento en el dominio de la frecuencia.

### 1) Filtrado y eliminación de ruido

Se muestra en la Fig. 7 en color rojo la señal del voltaje en tiempo real que parte de 12 volts, posterior a ello hay un cambio de voltaje consumido en la batería conforme transcurre el tiempo cuando el motor DC está puesto en marcha, dicha señal se ve afectada por información no deseada (ruido), la cual presenta posiciones inestables dentro de la señal real, esto se debe a que existen componentes internos del sistema e inclusive de los circuitos y componentes que están conectados durante el funcionamiento. En la Fig. 7 se muestran los resultados de diferentes filtrados de la señal de voltaje en el dominio de la frecuencia usando orden 1, 2, 3 y 4 respecto a los datos (véase Tabla 2).

TABLA 2. CONCENTRADO NUMÉRICO DE LOS DIFERENTES FILTRADOS DE ORDEN 1, 2, 3 Y 4.

| $x[n]$ | 12   | 11.5 | 11.3 | 11.2 | 11.1 | 10.5 | 10   | 9.5 |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| N=1    | 11.9 | 11.4 | 11.4 | 11.1 | 11.2 | 10.6 | 10.1 | 9.6 |
| N=2    | 11.9 | 11.5 | 11.1 | 11   | 11.4 | 10.3 | 10.2 | 9.5 |
| N=3    | 11.8 | 11.2 | 11   | 11   | 11.1 | 10   | 10.1 | 9.4 |
| N=4    | 11.9 | 11.7 | 11.2 | 11.3 | 11.5 | 10.4 | 10.2 | 9.5 |

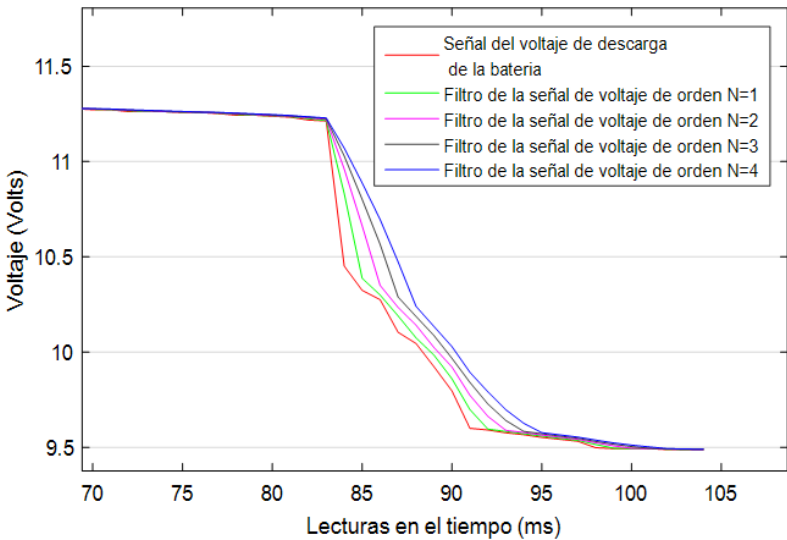


Fig. 7. Señal del comportamiento del voltaje en tiempo real y sus filtros de orden *N*.

En la Fig. 8 se elige el filtro de orden  $N=3$ , el cual se denota en color negro, este filtro tiene mejor rendimiento de filtrado y elimina una gran cantidad de ruido no deseado lo que hace que la señal numérica sea más pura respecto a la señal original en color rojo. La señal numérica filtrada se calculó utilizando las ecuaciones 1 y 2 y dura un tiempo de 100 ms (S).

10

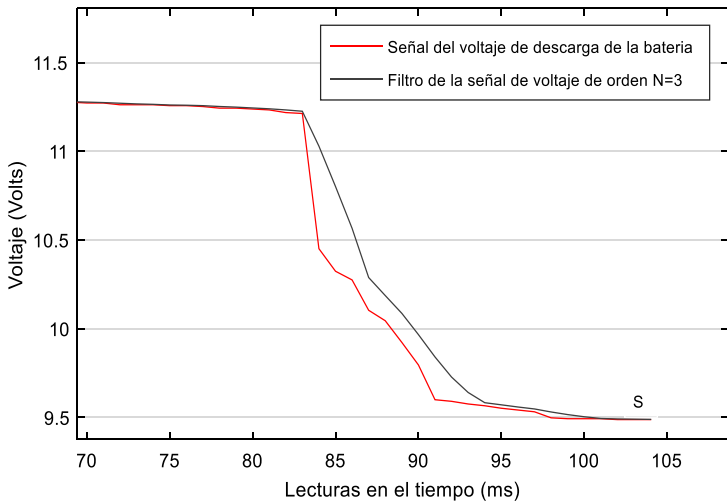


Fig. 8. Señal del comportamiento del voltaje en tiempo real y su filtrado media móvil de orden  $N = 3$ .

En la Fig. 9, observa en color rojo la señal ahora del comportamiento de la corriente en tiempo real, inicialmente la batería cuenta con de 7 amperios en estado de reposo, puesto a ello hay un consumo excesivo de corriente por parte del motor cuando está puesto en marcha, por ende la batería se descarga más rápido debido al tipo de motor, A continuación, se muestra en la Fig. 9 los resultados de diferentes filtrados media móvil de la señal de la corriente en el dominio de la frecuencia de orden 1, 2, 3 y 4, en relación a los datos (véase Tabla 3).

TABLA 3. CONCENTRADO NUMÉRICO DE LOS DIFERENTES FILTRADOS DE ORDEN 1, 2, 3 Y 4.

| $x[n]$ | 7   | 6   | 5.5 | 5   | 4.5 | 4   | 3.5 | 3   |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| N=1    | 5.5 | 5.1 | 5.6 | 5   | 4.3 | 4.1 | 3.6 | 3.1 |
| N=2    | 4.5 | 4.2 | 4.5 | 4.1 | 4.4 | 3.9 | 3.5 | 3.2 |
| N=3    | 3.5 | 3.8 | 3.9 | 4   | 4   | 3.6 | 3.3 | 2.8 |
| N=4    | 3.9 | 3.9 | 3.7 | 4.1 | 4.1 | 3.4 | 3.3 | 2.9 |

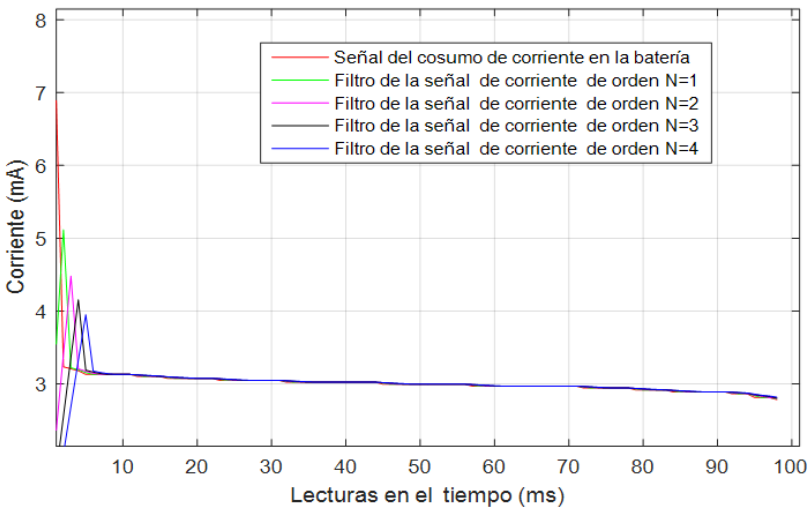


Fig. 9. Señal del comportamiento de la corriente en tiempo real y sus filtros de orden N.

Se muestra en la Fig. 10, el filtro media móvil de orden  $N=3$ , el cual se denota en color negro, tiene mejor rendimiento de filtrado como en el filtrado del voltaje de la Fig.8, se elimina el ruido no deseado respecto a la señal original en color rojo.

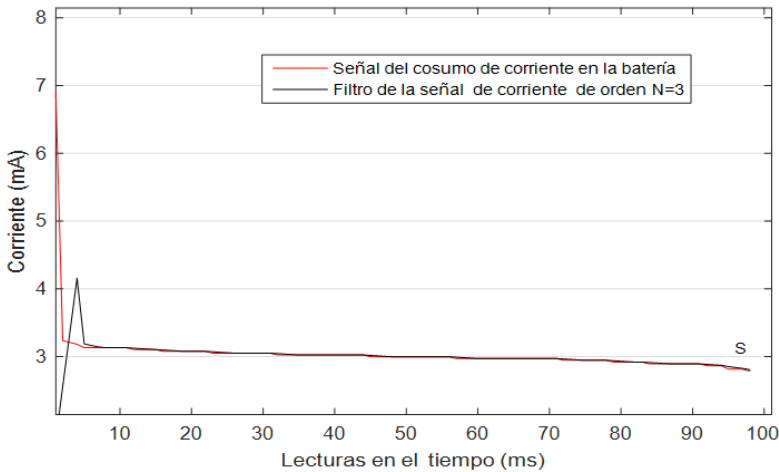


Fig. 10. Señal del comportamiento de la corriente en tiempo real y su filtrado media móvil de orden  $N = 3$ .

2) Análisis de la señal

Para analizar el rendimiento (señal- ruido) de las señales originales y su filtro media móvil, se utiliza un (periodograma), este ayuda a calcular y medir la densidad espectral de potencia (PSD o  $\hat{P}(f)$ ). Así mismo, se estima el

espectro de potencia del perigráfico de una sinusoidal de dos canales relacionando las potencias espectrales tanto de la señal como del ruido total, donde se representa matemáticamente por medio de la siguiente ecuación: [18], [19].

$$\hat{P}(f) = \frac{\Delta t}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j2\pi f \Delta t n} \right|^2, \frac{1}{2\Delta t} < f \leq 1/2\Delta t \quad (3)$$

Donde una señal/ruido  $x_n$ , en muestras por unidad de tiempo, el perigráfico se define como  $fs$ . Para  $\Delta t$  es el intervalo de muestras. Para un cruce unilateral, los valores en todas las frecuencias excepto 0 y Nyquist,  $1/2 \Delta t$ , se multiplican por 2 para que se conserve la potencia total de las señales. Así mismo se muestra en las Fig. 11 y Fig. 12 se muestran las densidades espectrales, las cuales cuantifican el ruido total de la señal real marcada en rojo, y la señal filtrada mediante filtro promedio móvil marcada en color negro tanto para la señal de voltaje como para la de corriente.

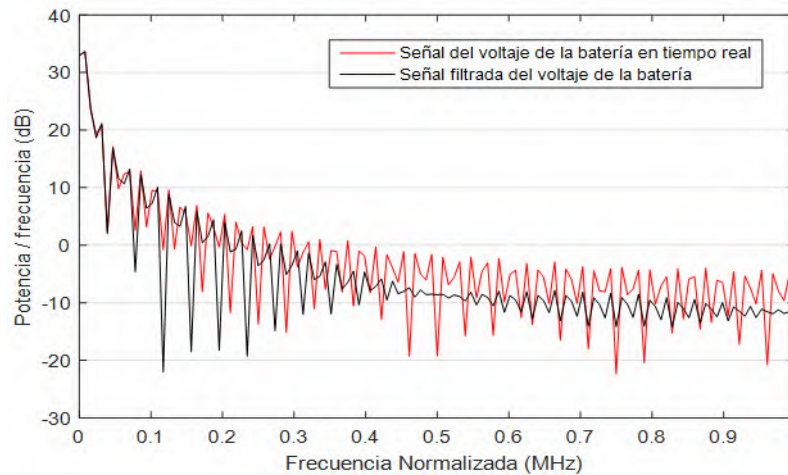


Fig. 11. Densidad espectral total de ruido de la señal original y la señal filtrada (voltaje).

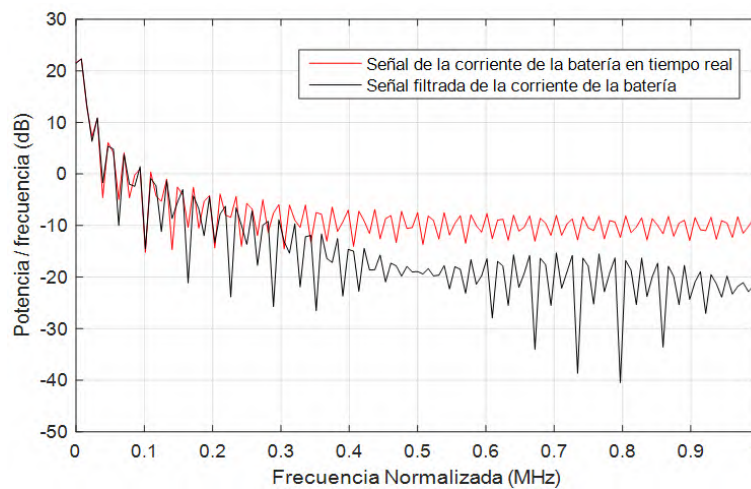


Fig. 12. Densidad espectral total de ruido de la señal original y la señal filtrada (corriente).

### III. CONCLUSIONES

En el presente artículo se analiza e implementa un filtro media móvil a dos señales de (voltaje y corriente) de una batería, mientras está conectada a un motor DC, el cual está puesto en marcha, esto ocasiona que haya pérdida de energía en la batería. Los resultados que se obtuvieron muestran la efectividad del método para reducir el ruido de alta frecuencia que originan las señales mientras hay un consumo energético de voltaje y corriente.

El filtrado de media móvil para señales con ruido, es una herramienta sofisticada para la ingeniería en electrificación automotriz y la investigación, puesto que en muchas investigaciones, se tiene la necesidad de conocer la eficiencia, monitoreo, desempeño y rendimiento de una batería durante su funcionamiento, cabe mencionar que el estudio e interés de este trabajo, surge como apoyo para tener una mejor información cuantificable de la estimación de los estados de carga y descarga en las baterías.

Las estimaciones de carga y descarga de una batería, son problemas de rendimiento de energía hoy en día, sin embargo, las señales ruidosas que se generan en tiempo real son un problema común de las técnicas actuales, por ello que se aplica una técnica de filtrado a las señales originales de voltaje y corriente mostradas. El procedimiento se examina analizando las características de filtrado de la señal de orden  $N$ , en las Figuras. 8 y 10 se muestra y se elige el filtrado de orden  $N = 3$  por su mejor desempeño, al mostrar cómo se eliminó gran cantidad de ruido para obtener la señal más pura y mejor cuantificada. Las densidades espectrales mostradas en las Figuras 11 y 12 muestran información más cuantificable del total de energía de la corriente y voltajes antes y después de ser filtradas, esto ayuda a validar los rendimientos de carga y descarga de la batería.

13

Hoy en día en la manufactura de autos eléctricos, el método actual puede aplicarse para garantizar y monitorear los estados de carga de sus baterías, así como su eficiencia energética y durabilidad cuando están en óptimas condiciones. En trabajos futuros se podría trabajar con el análisis en otros tipos de baterías, como los son Litio, gel, AGM, níquel y así mismo validar como converge el método de filtrado en el comportamiento de sus estimaciones de carga en tiempo real. También se puede diseñar y adaptar físicamente un filtro al circuito por medio de capacitores, adaptar un relevador electromecánico o de estado sólido para accionar el motor DC, posteriormente analizar su funcionamiento y efectividad con la implementación de nuevos métodos de filtrado y así mejorar aún más la información de carga y descarga de las baterías y validar su ciclo de vida.

#### **CRedit** (*Contributor Roles Taxonomy*)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: MAHE; Metodología: MAHE y CJT; Software: MAHE y UCA; Investigación: MAHE, IMC, CJT, UCA; Redacción y preparación del borrador original: MAHE y IMC; Redacción, revisión y edición: MAHE, CJT y UCA; Supervisión: IMC; Análisis formal: MAHE y CJT; Administración del proyecto: IMC; Adquisición de fondos: no se aplica (sin financiamiento externo).

**Financiamiento:** Los autores declaran no haber recibido financiamiento externo.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] A. Kwade, J. Diekmann. *Recycling of Lithium-Ion Batteries. The LithoRec Way*, 1ª ed., Springer, 2018, <https://doi.org/10.1007/978-3-319-70572-9>
- [2] J. P. Zagorodny. *Gestión integral de las baterías fuera de uso de vehículos eléctricos en el marco de una estrategia de economía circular, serie Medio Ambiente y Desarrollo*, n° 173 (LC/TS.2023/36), Santiago, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), 2023. <https://repositorio.cepal.org/server/api/core/bitstreams/32b22cd4-cea7-4bda-bbd0-6f29309d0cb1/content>
- [3] G. Zubi, R. Dufo-López, M. Carvalho, G. Pasaoglu, "The lithium-ion battery: State of the art and Renewable and Sustainable" *Energy Reviews*, vol.89, pp. 292-308, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2018.03.002>
- [4] D.Steward, A. Mayyas, "Economics and challenges of Lio-ion battery recycling from end of-life vehicles", *Procedia Manufacturing*, vol.33, pp. 272-279, 2019. <http://dx.doi.org/10.1016/j.promfg.2019.04.033>
- [5] W. Chen, J. Liang, Z. Yang, G. Li, "A review of Lithium-Ion Battery electric vehicle application and beyond" *Energy Procedia*, vol.158, pp. 4353-4368, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2019.01.783>
- [6] R. Gopalakrishnan, D. S. Vidhya, P. Bharath, P. Kaviyan, P. Sivaselvam, "Battery State Estimation and Control System for Mobile Charging Station for Electric Vehicles," *2023 International Conference on Sustainable Computing and Data Communication Systems IEEE*, Erode, India, pp. 985-989, 2023. <https://doi.org/10.1109/ICSCDS56580.2023.10104624>
- [7] V. S. Geetha Lakshmi, M. D. Rani and K. Bhavana, "AI-Improved Battery-Powered Automobile Battery Diagnostics," *2024 7th International Conference on Circuit Power and Computing Technologies IEEE*, Kollam, India, pp. 1500-1505, 2024. <https://doi.org/10.1109/ICCPCT61902.2024.10673152>
- [8] T. Horiba. "Lithium-ion battery Systems", *Proc. IEEE*, vol. 102, no. 6, pp. 939–950, 2014. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2014.2319832>
- [9] M. Hernández, C. Juárez, I. Martínez, "Reconstruction of the heart rate signal using the dominant frequencies", *2021 International Conference on Mechatronics, IEEE International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, Cuernavaca México, pp. 165-171. 2021. <https://doi.org/10.1109/ICMEAE55138.2021.00033>
- [10] M. Hernández, C. Juárez, I. Martínez, "Análisis frecuencial de la velocidad de un motor trifásico usando filtro promedio móvil", *Revista Oficial de la Federación Global de Profesiones A.C.* (ISSN 2594-2298), 2023.
- [11] F. Santamaría, C. Cortés, F. Román, "Uso de la Transformada de Ondeletas (Wavelet Transform) en la Reducción de Ruidos en las Señales de Campo Eléctrico producidas por Rayos", Vol. 23, no. 1, pp. 65-78, Bogotá – Colombia, 2012. <https://doi.org/10.4067/S0718-07642012000100008>
- [12] L. Ballesteros, M. Dora, "Aplicación de la transformada wavelet discreta en el filtrado de señales bioeléctricas Umbral Científico", *Universidad Manuela Beltrán Bogotá, Colombia*, vol.5, pp. 92-98, diciembre, 2004. ISSN: 1692-3375, <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30400512>
- [13] C. Klipec, E. Bruce, "Reducción del ruido eléctrico en circuitos de instrumentos", *IEEE Trans Ind. Gen*, vol. 2, marzo-abril 1967.
- [14] A. Oppenheim, R. Schafer y J. Back, *Discrete-Time Signal Proccessing*. Nueva Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [15] A. Rojas, M. Cortés, M. Forero, "Aproximación polinómica local e intersección de intervalos de confianza para eliminar el ruido de las mediciones del campo eléctrico de los rayos", *DYNA*, vol.85, no. 205, pp.264-273, 2018. doi: <https://doi.org/10.15446/dyna.v85n205.64151>
- [16] J. Bartman, A. Palczak, "Distorsión de tensión y corriente generada por un CNC", *Progress in Applied Electrical Engineering (PAEE)*, *IEEE*, 2017. <https://doi.org/10.1109/PAEE.2017.8008981>
- [17] H. Miguel, J. Carlos, M. Irma, " Análisis de temperatura de una cámara de envejecimiento utilizando un filtro promedio móvil", *IEEE 2020 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, Cuernavaca, México, pp. 122-126, 2020. <https://doi.org/10.1109/ICMEAE51770.2020.00028>
- [18] S. Fulop, K. Fitz, "Algoritmos para calcular el espectrograma de frecuencia instantánea (reassignada) corregido en el tiempo, con aplicaciones", *Journal of the Acoustical Society of América*, vol. 119, pp. 360-371, enero 2006.
- [19] A. François, P. Flandrin. "Mejora de la legibilidad de las representaciones de tiempo, frecuencia y escala de tiempo mediante el método de reasignación", *IEEE Transactions on Signal Proccessing*. Vol. 43, pp. 1068–1089, mayo 1995.
- [20] B. González, V. Cárdenas, J. Nieto-Camacho. "Implementación de un filtro digital en tiempo real para detección de la onda R", *Tecno Lógicas*, 2015, vol. 18, no. 34, pp. 75-86.
- [21] F. Garay, J. Díaz, U. Piscoya, P. Echevarría, "Método para la reducción de ruido en señales electrocardiográficas usando la transformada wavelet", *TECNIA*, vol.35, no. 1, pp. 13-25, 2025. <https://doi.org/10.21754/tecnia.v35i1.2322>

## Cálculo de blindaje para dimensionamiento de estructuras de líneas de transmisión aéreas

Shielding calculation for sizing overhead transmission line structures

<https://cientifica.site>

Jorge Luis **Aguilar Marin**<sup>1</sup>

Luis **Cisneros Villalobos**<sup>2</sup>

Jorge **Sánchez Jaime**<sup>3</sup>

Universidad Autónoma del Estado de Morelos,  
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería,  
Cuernavaca, Morelos,  
MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-0235-6946 / [jorge.aguilar@gmail.com](mailto:jorge.aguilar@gmail.com)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-9409-1374 / [luis.cisneros@uaem.mx](mailto:luis.cisneros@uaem.mx)

Tecnológico Nacional de México,  
Instituto Tecnológico de Toluca,  
Metepec, Estado de México,  
MÉXICO

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-4674-8247 / [jsanchezj@toluca.tecnm.mx](mailto:jsanchezj@toluca.tecnm.mx)

Recibido 29/04/2025, aceptado 25/09/2025.



## Resumen

Este artículo presenta una metodología para determinar el ángulo de blindaje en líneas de transmisión aéreas utilizando el modelo electrogeométrico (MEG). El objetivo es optimizar la ubicación de los cables de guarda para proteger las líneas frente a descargas atmosféricas, reduciendo fallas en el sistema eléctrico. Se analiza un caso práctico de una línea de doble circuito y dos cables de guarda operando a 230 kV. La validación se realiza mediante un código en MATLAB que calcula la ubicación óptima de los cables y una simulación con ATPDraw para modelar el impacto de una descarga de 31 kA. Los resultados muestran que el ángulo de blindaje calculado es de 25.05 grados, lo que indica una protección adecuada sin superar la tensión crítica de flameo. El estudio confirma que el diseño óptimo del blindaje mejora la fiabilidad de las líneas de transmisión frente a descargas atmosféricas.

**Palabras clave:** líneas de transmisión, alta tensión, flameo inverso.

## 2

## Abstract

This article presents a methodology for determining the shielding angle in overhead transmission lines using the electrogeometric model (EGM). The objective is to optimize the placement of guard wires to protect the lines from atmospheric discharges, reducing failures in the electrical system. A practical case of a double-circuit line with two guard wires operating at 230 kV is analyzed. Validation is performed using a MATLAB code that calculates the optimal cable placement and a simulation with ATPDraw to model the impact of a 31 kA discharge. The results show that the calculated shielding angle is 25.05 degrees, indicating adequate protection without exceeding the critical flashover voltage. The study confirms that optimal shielding design improves the reliability of transmission lines against atmospheric discharges.

**Index terms:** transmission lines, high voltage, back flashover.

## I. INTRODUCCIÓN

Las torres de líneas de transmisión sirven para mantener los conductores sobre el suelo, transfiriendo electricidad desde las fuentes de energía a las comunidades. En los últimos años, las redes de transmisión eléctrica han experimentado cambios drásticos debido a la creciente demanda energética en todo el mundo. Los nuevos tipos de conductores, la mayor concienciación pública sobre la estética y el medio ambiente, y la necesidad de líneas de mayor capacidad han generado una gran presión sobre los diseñadores para desarrollar torres económicas y con un diseño óptimo.

Se utilizan diversos tipos de torres en las redes de transmisión, incluyendo las de celosía de acero y las poligonales de acero. Sin embargo, debido a su alta relación resistencia-peso, las de celosía de acero suelen ser las preferidas por la mayoría de las empresas de servicios públicos [1].

Por otra parte, los sistemas de potencia se ven sujetos periódicamente a sobretensiones. La sobretensión en un sistema eléctrico se define como el aumento de tensión durante un periodo muy breve. También se conoce como transitorios de tensión o sobretensión. La sobretensión en un sistema eléctrico se puede clasificar en dos factores: interno (temporal, conmutación) y externo (generalmente rayos) [2]. La sobretensión en los sistemas eléctricos puede ocurrir por diversas razones, como rayos, fallas y desconexiones, siendo la más destructiva la causada por la caída de un rayo [3] [4].

Un solo rayo puede transportar tensiones de hasta 300 kV y 30 kA de corriente, lo cual es muy alto y puede causar averías en los dispositivos y el aislamiento [5]. Por lo tanto, es vital diseñar el sistema eléctrico de forma que la sobretensión esperada sea inferior al valor que el sistema puede soportar [6]. Sin embargo, un sistema de este tipo sería costoso y no sería práctico en la práctica. La mejor manera es diseñar el sistema de energía de forma que se minimicen los daños causados por la sobretensión [7].

Por lo tanto, el uso de blindaje para los sistemas eléctricos es de gran importancia ya que mediante su aplicación se busca reducir de manera significativa los daños causados por descargas atmosféricas a las líneas de transmisión. Debido a que las líneas de transmisión pasan por zonas con diferentes suelos, topografías y niveles cerámicos, el diseño del blindaje debe considerar estos factores que afectan su desempeño ante las descargas atmosféricas.

Debido a la complejidad del fenómeno de las descargas atmosféricas, se emplea el análisis estadístico probabilístico para una mejor comprensión de su incidencia a tierra en función del nivel cerámico, el cual es característico de cada región geográfica.

Las sobretensiones externas se originan por fenómenos atmosféricos, principalmente debido a rayos [8] [9]. Puede deberse a descargas directas de rayo, sobretensiones inducidas electromagnéticamente debido a descargas de rayo cerca de la línea (descarga lateral), descargas disruptivas inversas y tensiones inducidas electrostáticamente.

Este tipo de sobretensión también se conoce como sobretensión de rayo o sobretensión de frente rápido. Un rayo puede impactar generalmente en cualquier punto de un sistema eléctrico o en un objeto cercano, incluso si tiende a impactar en la estructura más alta. A diferencia de otros tipos de sobretensión, que son proporcionales a la tensión del sistema, las sobretensiones de rayo dependen de las impedancias del sistema en lugar de la tensión de este. Es prácticamente imposible, desde el punto de vista económico y práctico, proteger las líneas de distribución o de transmisión de bajo voltaje para soportar este tipo de sobretensión [7], [10].

### A. Modelo electrogeométrico

Las líneas de transmisión aéreas son fundamentales en la distribución de energía eléctrica, pero están expuestas a descargas atmosféricas, especialmente rayos, lo que puede generar fallas costosas y poner en riesgo la estabilidad del sistema eléctrico. En este contexto, el blindaje de las líneas de transmisión se ha convertido en un aspecto clave del diseño de estas infraestructuras, específicamente en lo que respecta a la protección contra las descargas atmosféricas.

El Modelo Electrogeométrico (MEG) es la relación que existe entre la intensidad de corriente del rayo y la región de alcance del extremo de la descarga. Se utiliza para determinar el valor máximo estimado de la corriente de descarga del rayo que puede eludir el hilo de guarda e impactar directamente en el conductor de fase.

El MEG, basado en el concepto de distancia de impacto, es el método más eficaz para el análisis del rendimiento de las líneas de transmisión contra rayos. La distancia de impacto se refiere a la distancia crítica entre la punta del conductor descendente del rayo y el objeto impactado que provoca la falla del apantallamiento. Las distancias de impacto incluyen las distancias de impacto para el conductor de fase, el cable de apantallamiento y la tierra [11].

Este modelo considera la protección de los conductores con mayor altura en la torre, protegiendo así los niveles inferiores automáticamente como se muestra en la Fig. 1. La implementación de los cables de guarda para realizar el blindaje de la línea de transmisión se efectúa siguiendo el modelo de zonas de atracción [12].

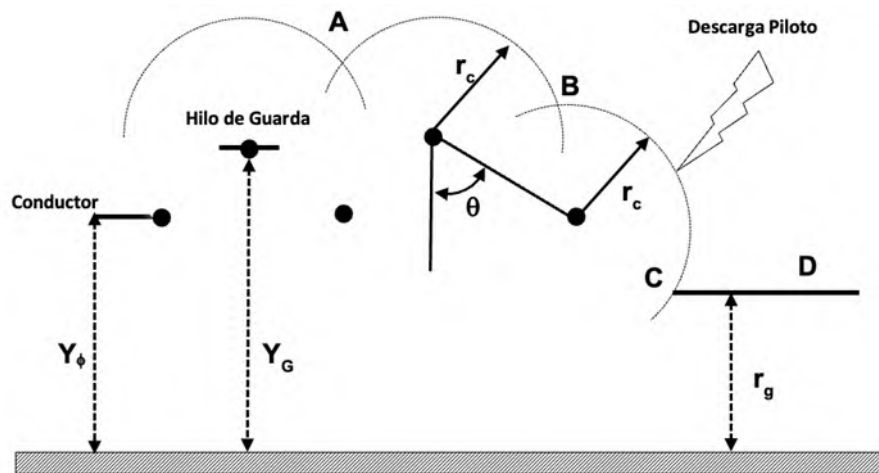


Fig. 1. Modelo electrogeométrico [12].

La respuesta de una línea de transmisión aérea a una descarga directa del rayo dependerá esencialmente del diseño, es decir, si tiene o no cables de guarda, si el impacto se produce en el conductor de fase, en la torre o en el cable de guarda.

Varios estudios han abordado la importancia de proteger las líneas de transmisión mediante el uso de cables de guarda, que se conectan a tierra para desviar las descargas y proteger los conductores de fase. Estos trabajos destacan la necesidad de un diseño adecuado del blindaje para optimizar su efectividad. El uso del MEG es una de las metodologías

más empleadas para calcular la ubicación óptima de los cables de guarda, con el objetivo de maximizar su capacidad para drenar las descargas a tierra, evitando fallas en el sistema de transmisión (C. Tort, S. Şahin, & O. Hasançebi, 2017; H. Xue & M. Popov, 2014).

Por ejemplo, el MEG se ha utilizado para analizar la respuesta de las líneas de transmisión a las descargas directas del rayo, considerando factores como la altura de los conductores y cables de guarda y el radio de atracción de las descargas. Estos estudios son esenciales para entender cómo diferentes configuraciones geométricas y las características de los cables de guarda influyen en la protección contra los rayos (Shariatinasab & Gholinezhad, 2017; Franc et al., 2016). Además, el análisis de las sobretensiones inducidas, ya sea por descargas directas o por fenómenos electromagnéticos generados por los rayos cercanos, ha sido un campo de investigación importante para mejorar la resistencia de las estructuras a estos fenómenos (Z. Yu et al., 2016; Salazar, 2013).

Otro aspecto relevante es la implementación de herramientas estadísticas y modelos probabilísticos para mejorar la comprensión de los efectos de los rayos en las líneas de transmisión. Estos métodos permiten modelar la incidencia de las descargas en función de factores geográficos, como la ubicación y el nivel ceraúnico de la región, lo cual resulta crucial para diseñar blindajes que sean efectivos en diversas condiciones climáticas y geográficas (Shafaei et al., 2012; Rodrigues et al., 2012).

Los avances tecnológicos en la medición y análisis de sobretensiones también han sido esenciales para mejorar el diseño de las líneas de transmisión. Se han empleado técnicas de medición avanzadas para evaluar las sobretensiones de rayo y su impacto en las subestaciones y otros componentes del sistema eléctrico (Li, 2018; Bjelić et al., 2019).

En resumen, la protección de las líneas de transmisión contra las descargas atmosféricas ha sido ampliamente estudiada, y el uso del Modelo Electrogeométrico ha demostrado ser una herramienta eficaz para optimizar el diseño de los blindajes. Sin embargo, la investigación continúa, especialmente en lo que respecta a la incorporación de nuevos enfoques estadísticos y tecnológicos para mejorar la precisión de los cálculos y la efectividad de los sistemas de protección en diversas condiciones de operación.

## II. METODOLOGÍA PARA DETERMINAR EL ÁNGULO DE BLINDAJE

A continuación, se describen los pasos para determinar el ángulo de blindaje en líneas de transmisión aéreas, los cuales están en función del modelo electrogeométrico IEEE/CIGRE.

### A. Cálculo de parámetros del cable de guarda y del conductor de fase para el MEG

El ángulo de blindaje está definido como el formado por la recta entre el cable de guarda, la tierra y la recta entre el cable de guarda y el conductor, tal como se muestra en la Fig. 2, el cual será negativo o positivo, dependiendo de la posición relativa entre el cable de guarda y el conductor de fase.

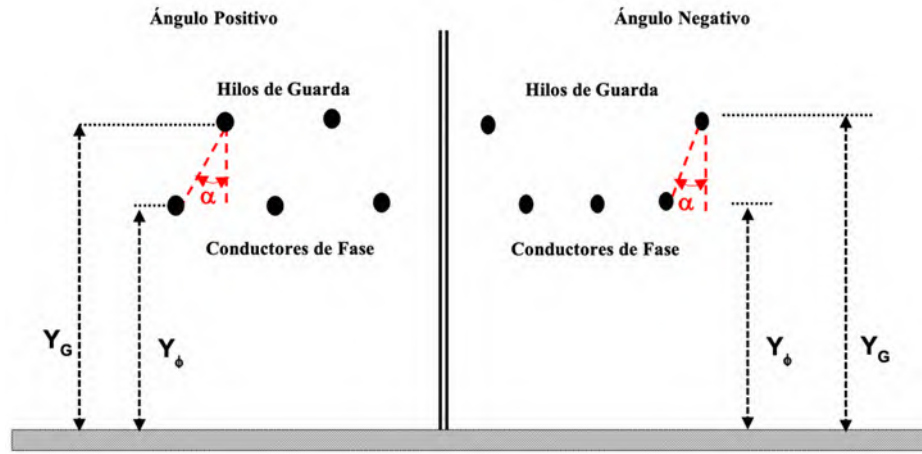


Fig. 2. Ángulo de blindaje positivo y negativo [12].

### Paso 1. Calcular la altura promedio para el cable de guarda

La altura  $Y_G$ , representa la altura promedio del cable de guarda, y se calcula a través de la ecuación 1.

$$Y_G = h_g - \frac{2}{3}(h_g - h_{gw}) \text{ [m]} \quad (1)$$

$h_g$  representa la altura máxima del cable de guarda (altura de enganche) en m, y  $h_{gw}$  representa la altura mínima del cable de guarda en m.

### Paso 2. Calcular la altura promedio para el conductor de fase superior, con mayor exposición a la descarga

La altura  $Y_\phi$ , representa la altura promedio del conductor de fase, y se calcula a través de la ecuación 2.

$$Y_\phi = h_\phi - \frac{2}{3}(h_\phi - h_{\phi w}) \text{ [m]} \quad (2)$$

$h_\phi$  representa la altura máxima del conductor de fase (altura de enganche) en m, y  $h_{\phi w}$  representa la altura mínima del conductor de fase en m.

### Paso 3. Calcular el radio del conductor de fase bajo efecto corona

El radio del conductor de fase se obtiene a través de la ecuación 3. Para dicha ecuación, se sugiere un valor de  $E_0 = 1500 \text{ kV/m}$  [23].

$$R \ln \frac{2Y_\phi}{R} = \frac{V_n}{E_0} \quad (3)$$

$R$  representa el radio del conductor de fase bajo efecto corona en  $m$ ,  $V_n$  representa el voltaje aplicado al conductor en  $kV$ ,  $E_0$  representa el gradiente critico de potencial en  $kV/m$ .

#### Paso 4. Determinar el radio equivalente del haz de conductores sin efecto corona

Para el cálculo del radio equivalente de un haz de conductores de fase, se emplea la ecuación 4 [12].

$$r_{eq} = \sqrt[N]{r_{11} \cdot r_{12} \cdot r_{13} \cdots r_{1n}} \quad [m] \quad (4)$$

$N$  representa la cantidad de subconductores,  $r_{11}$  representa el radio del subconductor 1 en  $m$ ,  $r_{1n}$  representa la distancia del subconductor 1 al subconductor  $n$  en  $m$ .

#### Paso 5. Calcular el radio total equivalente del conductor bajo efecto corona

El radio total equivalente del conductor bajo efecto corona se obtiene a través de la ecuación 5.

$$R_\phi = r_{eq} + R \quad [m] \quad (5)$$

#### Paso 6. Calcular la impedancia característica del conductor de fase

La impedancia característica del conductor de fase (basado en los parámetros de la línea de transmisión y la inclusión del efecto corona) se determina a través de la ecuación 6 [12].

$$Z_\phi = 60 \sqrt{\ln \frac{2Y_\phi}{r_{eq}} \cdot \ln \frac{2Y_\phi}{R_\phi}} \quad [\Omega] \quad (6)$$

#### Paso 7. Determinar el voltaje critico de flameo (CFEO)

El voltaje crítico de flameo está relacionada al voltaje de aguante máximo al impulso de rayo o nivel básico de aislamiento BIL (por sus siglas en inglés “Basic Insulation Level”) para cada tensión eléctrica máxima del sistema. Se calcula mediante la ecuación 7 [23].

$$CFO = \frac{BIL}{0.961} \quad [kV] \quad (7)$$

#### Paso 8. Calcular la corriente mínima de falla

La corriente mínima falla  $I_{min}$  se debe considerar para conocer el valor que causa la falla en la cadena de aisladores del conductor de fase ante una descarga atmosférica, la  $I_{min}$  se obtiene a través de la ecuación 8 [12].

$$I_{min} = \frac{2 \cdot CFO}{Z_\phi} \quad [kA] \quad (8)$$

### B. Cálculo del ángulo de blindaje efectivo por el MEG

La Fig. 3, muestra un modelo simplificado para analizar el mecanismo de falla en el blindaje.

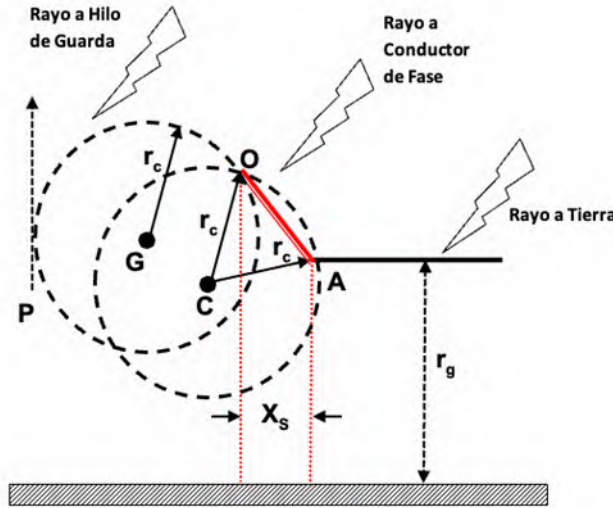


Fig. 3. Modelo de blindaje simplificado [23], [24].

#### Paso 9. Calcular el radio de atracción del conductor

Para calcular el radio de atracción del conductor se emplea la ecuación 9 [12].

$$r_c = 10 \cdot I_{\min}^{0.65} \text{ [m]} \quad (9)$$

$r_c$  es el radio de atracción del conductor en  $m$ .

#### Paso 10. Calcular el radio de atracción a tierra

Para determinar la distancia de atracción a tierra, se emplean las ecuaciones 10 y 11 de acuerdo con la altura de la torre [23] y se muestran a continuación.

Si  $Y_0 < 40 \text{ m}$  entonces aplicamos la ecuación 10.

$$r_g = (3.6 + 1.7 \ln(43 - Y_0))(I_{\min}^{0.65}) \text{ [m]} \quad (10)$$

Si  $Y_0 \geq 40 \text{ m}$  entonces aplicamos la ecuación 11 [12].

$$r_g = 5.5 \cdot I_{min}^{0.65} \quad (11)$$

### Paso 11. Calcular la zona desprotegida $X_s$

En la Fig. 4 se definen el arco OA como la ventana de atracción del rayo, la proyección de esta ventana al plano de tierra se define como  $X_s$ .

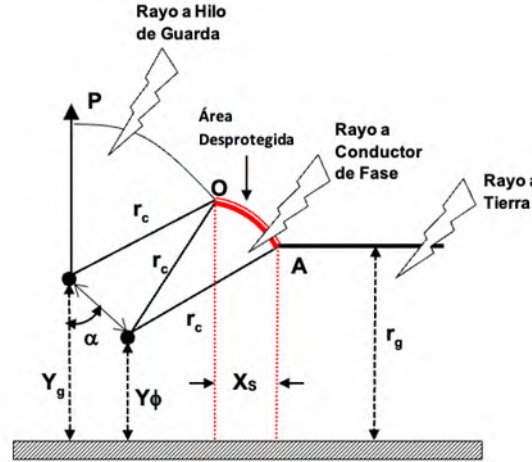


Fig. 4. Ventana de atracción del rayo [4], [24].

Para calcular la zona desprotegida se emplean las siguientes expresiones:

Si  $r_g > Y_\phi$ , empleando relaciones trigonométricas se obtiene la ecuación 12.

$$X_s = r_c [\cos \theta + \sin(\alpha - \omega)] \quad (12)$$

$\theta$ ,  $\omega$  son ángulos de identidades trigonométricas y  $\alpha$  es el ángulo de la zona desprotegida.

Si  $r_g < Y_\phi$ , empleando relaciones trigonométricas se obtiene la ecuación 13.

$$X_s = r_c [1 + \sin(\alpha - \omega)] \quad (13)$$

Los ángulos de acuerdo con la Fig. 4 están definidos a través de las ecuaciones 14, 15 y 16 respectivamente [12].

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{r_g - Y_\phi}{r_c} \right) [^\circ] \quad (14)$$

$$\omega = \cos^{-1} \frac{D_{gc}}{2r_c} [^\circ] \quad (15)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{X_{\phi} - X_G}{Y_G - Y_{\phi}} \right) [^{\circ}] \tag{16}$$

*Paso 12. Calcular la coordenada del cable de guarda en el eje x, X<sub>G</sub> para un blindaje adecuado de la línea de transmisión*

Reduciendo a cero la coordenada X<sub>s</sub>, para lograr un blindaje óptimo, se calcula la coordenada del cable de guarda en el eje x, a través de la ecuación 17.

$$X_G = \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_{\phi})^2} - \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_{G\phi})^2} \tag{17}$$

*Paso 13. Calcular el ángulo efectivo en grados*

El ángulo de blindaje efectivo α<sub>E</sub>, al cual se debe ubicar el conductor de guarda para proteger al conductor de fase ante descargas atmosféricas directas, se obtiene aplicando la ecuación 18 [12].

$$\alpha_E = \tan^{-1} \left( \frac{X_G}{Y_{\phi} - Y_G} \right) [^{\circ}] \tag{18}$$

III. DESARROLLO

Se considera una torre 2B2-BD de doble circuito y dos cables de guarda, la cual opera a un nivel de tensión de 230 kV, donde se desea calcular el ángulo de blindaje en la torre de transmisión. La configuración geométrica de la torre se presenta en la Fig. 5. Las características generales de los conductores y cables de guarda se presentan en la Tabla 1.

TABLA 1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL CONDUCTOR.

| Características generales            |               |
|--------------------------------------|---------------|
| Cantidad de circuitos:               | 2             |
| Cables de guarda:                    | 2             |
| Conductores por fase:                | 1             |
| Calibre y tipo de conductor:         | 900 KCM, ACSR |
| Radio del conductor:                 | 0.01599 m     |
| Longitud de la cadena de aisladores: | 2.71 m        |
| Flecha del conductor:                | 14 m          |

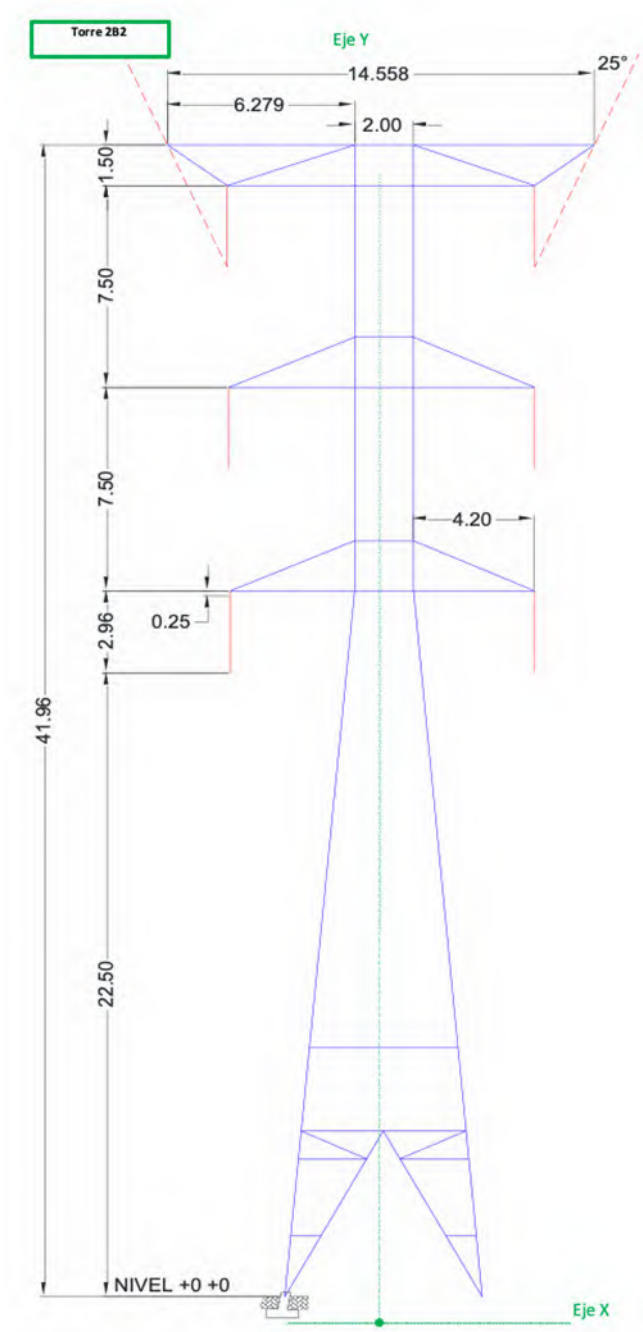


Fig. 5. Configuración geométrica de la torre 2B2.

## Cálculo del ángulo de blindaje

Primeramente, se calculan las alturas promedio del cable de guarda ( $Y_G$ ) y del conductor de fase ( $Y_\phi$ ).

$$Y_G = h_G - \frac{2}{3}(h_g - h_{gw}) = 41.96 - \frac{2}{3}(41.96 - 27.96) = 32.62 [m]$$

$$Y_\phi = h_\phi - \frac{2}{3}(h_\phi - h_{\phi w}) = 37.5 - \frac{2}{3}(14) = 28.16 [m]$$

A continuación, se determina el radio equivalente del haz de conductores sin efecto corona [m].

$$r_{eq} = 0.01599 [m]$$

Se calcula el radio del conductor bajo efecto corona, considerando  $E_0 = 1500 [kV/m]$ .

$$R \ln \frac{2Y_\phi}{R} = \frac{V_n}{E_0}, = R \ln \frac{2(28.16)}{R} = \frac{230}{1500}$$

Resolviendo por el método Newton-Rhapson se obtiene el valor de  $R = 0.01921$

$$R_\phi = R_{eq} + R = 0.01599 + 0.01921 = 0.0352 [m]$$

Se calcula la impedancia característica del conductor de fase bajo efecto corona  $Z_\phi$ .

$$Z_\phi = 60 \sqrt{\ln \frac{2Y_\phi}{r_{eq}} \cdot \ln \frac{2Y_\phi}{R_\phi}} = 60 \sqrt{\ln \frac{2(28.16)}{0.01599} \cdot \ln \frac{2(28.16)}{0.0352}} = 465.5 [\Omega]$$

Se calcula el voltaje crítico de flameo (CFO).

$$CFO = \frac{BIL}{0.961} = \frac{1050}{0.961} = 1093 [kA]$$

Se calcula la corriente mínima de falla  $I_{min}$ .

$$I_{min} = \frac{2 \cdot CFO}{Z_\phi} = \frac{2(1093)}{466.8} = 4.68 [kA]$$

Se calcula la distancia o radio de atracción de descargas atmosféricas.

$$r_c = 10(4.68^{0.65}) = 27.27 [m]$$

Si  $Y_\phi < 40 m$  entonces,

$$r_g = (3.6 + 1.7 \ln(43 - 28.16))(4.68^{0.65}) = 22.32 [m]$$

Si  $r_g < Y_\phi$ , empleando relaciones trigonométricas tenemos que:

$$X_s = r_c[1 + \sin(\alpha - \omega)]$$

$$\omega = \cos^{-1} \frac{D_{gc}}{2r_c} = \cos^{-1} \frac{4.92}{2(27.27)} = 83.52^\circ$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{X_\phi - X_G}{Y_G - Y_\phi} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{5.20 - 7.27}{32.62 - 28.16} \right) = -24.89^\circ$$

$$X_s = r_c [1 + \sin(\alpha - \omega)] = (27.27)[1 + \sin(-24.89 - 83.52)] = 0.42 [m]$$

Se calcula la coordenada del cable de guarda en el eje x ( $X_G$ ).

$$X_G = \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_\phi)^2} - \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_{G\phi})^2}$$

$$X_G = \sqrt{27.27^2 - ((22.32) - (28.16))^2} - \sqrt{27.27^2 - ((22.32) - (32.62))^2} = 1.38 [m]$$

Se calcula el ángulo de blindaje efectivo ( $\alpha_E$ ).

$$\alpha_E = \tan^{-1} \left( \frac{X_G}{Y_\phi - Y_G} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{1.38}{28.16 - 32.62} \right) = -17.3^\circ$$

Para el cálculo del radio se emplea:

$$r_c = 8I_{min}^{0.65} = 8(4.68)^{0.65} = 21.82 [m]$$

Se calcula el valor de  $r_g$  con la siguiente ecuación.

$$r_g = 8I_{min}^{0.65} = 8(4.68)^{0.65} = 21.82 [m]$$

Dado que  $r_g < Y_\phi$ , se usa la siguiente expresión para calcular la zona desprotegida de la estructura de transmisión ( $X_s$ ), para lo cual se tiene que:

$$X_s = r_c [1 + \sin(\alpha_s - \omega)]$$

Donde  $\omega$  se determina de la siguiente manera.

$$\omega = \cos^{-1} \frac{D_{gc}}{2r_c} = \cos^{-1} \frac{4.92}{2(21.82)} = 83.52^\circ$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{X_\phi - X_G}{Y_G - Y_\phi} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{5.20 - 7.27}{32.62 - 28.16} \right) = -24.89^\circ$$

$$X_s = r_c [1 + \sin(\alpha - \omega)] = (21.82)[1 + \sin(-24.89 - 83.52)] = 1.6 [m]$$

Se calcula la ubicación del cable de guarda en el eje x ( $X_G$ ). El cual se calcula con la siguiente expresión.

$$X_G = \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_\phi)^2} - \sqrt{r_c^2 - (r_g - Y_{G\phi})^2}$$

$$X_G = \sqrt{21.82^2 - ((21.82) - (28.16))^2} - \sqrt{21.82^2 - ((21.82) - (32.62))^2} = 1.92 \text{ [m]}$$

a) Cálculo del ángulo de blindaje efectivo ( $\alpha_E$ ).

$$\alpha_E = \tan^{-1} \left( \frac{X_G}{Y_\phi - Y_G} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{1.92}{28.16 - 32.62} \right) = -23.3^\circ$$

Como se observa el ángulo de blindaje efectivo calculado con el modelo electrogeométrico es  $= -23.3^\circ$ , el cuál aproximadamente coincide con el ángulo de  $25^\circ$  utilizado en la estructura de transmisión 2B2-BD normalizada por la Comisión Federal de Electricidad.

#### IV. VALIDACIÓN DE RESULTADOS

Con el fin de validar el ángulo de blindaje efectivo de la línea de transmisión en estudio mediante el modelo electrogeométrico, se desarrolló una programación en MATLAB. El código diseñado permite determinar la ubicación óptima de los cables de guarda, con el objetivo de maximizar la protección contra descargas atmosféricas directas y minimizar las posibles fallas en el sistema eléctrico.

La Fig. 6 muestra la estructura del código implementado en MATLAB, diseñado para realizar el cálculo y la optimización de la ubicación de los cables de guarda.

14

```
% Parámetros iniciales
altura_conductor_fase_1 = 34.54; % Altura del primer conductor de fase en metros
altura_conductor_fase_2 = 30; % Altura del segundo conductor de fase en metros
altura_conductor_fase_3 = 22.5; % Altura del tercer conductor de fase en metros

altura_cable_guarda = 41.96; % Altura del cable de guarda en metros
voltaje = 230; % En kV
radio_conductor = 0.01599; % Radio del conductor en metros
numero_subconductores = 1; % Número de subconductores

% Calcular el radio equivalente de los conductores
radio_equivalente = numero_subconductores * radio_conductor;

% Función para calcular el ángulo de blindaje efectivo
function angulo = angulo_blindaje(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase)
    % Fórmula simplificada para ilustrar el cálculo del ángulo de blindaje
    distancia_entre_cables = sqrt(altura_cable_guarda^2 + altura_conductor_fase^2);
    angulo = atan(altura_conductor_fase / distancia_entre_cables) * (180 / pi);
end

% Función para calcular el ángulo de blindaje promedio considerando tres conductores de fase
function angulo_promedio = angulo_blindaje_promedio(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_1, altura_conductor_fase_2, altura_conductor_fase_3)
    % Calcular los ángulos para cada conductor de fase
    angulo_1 = angulo_blindaje(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_1);
    angulo_2 = angulo_blindaje(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_2);
    angulo_3 = angulo_blindaje(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_3);

    % Calcular el ángulo promedio
    angulo_promedio = mean([angulo_1, angulo_2, angulo_3]);
end

% Simulación del impacto de rayo considerando tres conductores de fase
function simulacion_impacto_rayo(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_1, altura_conductor_fase_2, altura_conductor_fase_3)
    % Calcular el ángulo de blindaje promedio
    angulo_promedio = angulo_blindaje_promedio(altura_cable_guarda, altura_conductor_fase_1, altura_conductor_fase_2, altura_conductor_fase_3);

    % Mostrar el ángulo promedio calculado
    fprintf('Ángulo de blindaje promedio calculado: %.2f grados\n', angulo_promedio);

    % Simular el impacto
    if angulo_promedio >= 25
        disp('Blindaje óptimo logrado.');
```

Fig. 6. Código implementado en MATLAB.

La Fig. 7 muestra el ángulo de blindaje calculado, que es de 25.05 grados, lo que indica que el blindaje es óptimo.

Ángulo de blindaje promedio calculado: 25.05 grados  
Blindaje óptimo logrado.

Fig. 7. Código implementado en MATLAB.

Con el objetivo de validar si el ángulo de blindaje es óptimo frente a una descarga atmosférica en el conductor de guarda de la línea de transmisión, se realizó el modelamiento de la línea utilizando el programa ATPDraw. En este modelo, se consideró una sección comprendida entre tres torres. Las características del conductor de fase y del hilo de guarda empleadas en el modelado se detallan en el desarrollo.

La Fig. 8 muestra el modelado de la descarga atmosférica sobre el conductor de guarda 1 de la torre 2.

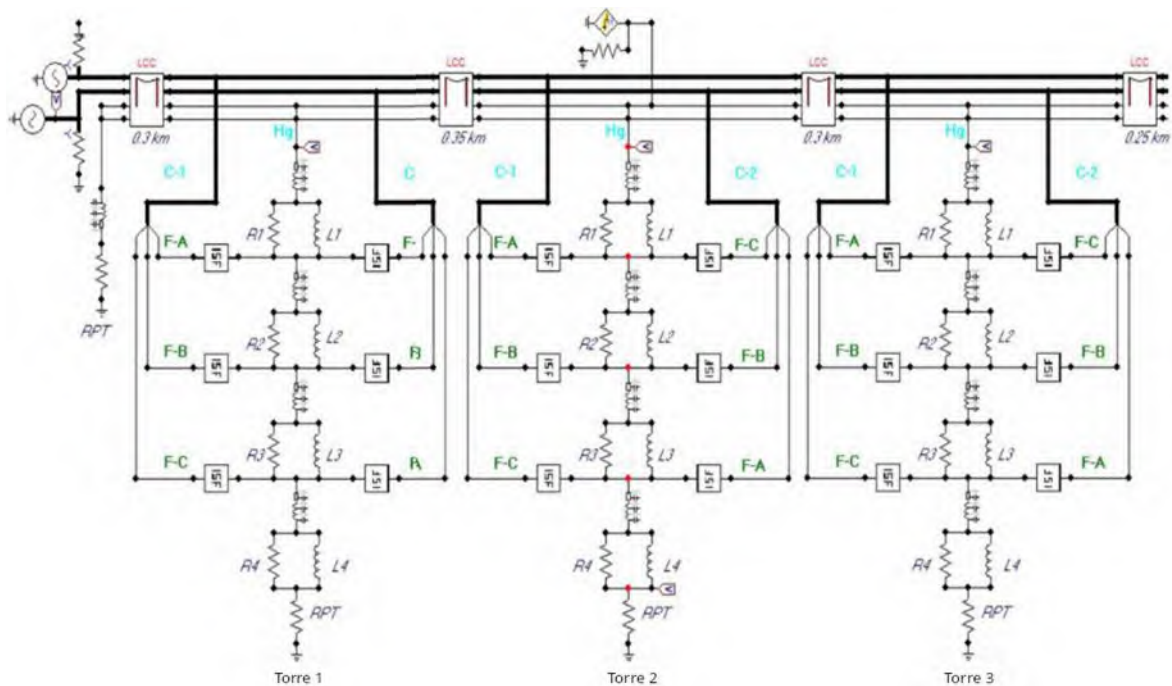


Fig. 8. Modelo de la descarga atmosférica.

Los niveles de corriente de rayo que afectan el blindaje de las líneas de transmisión, al impactar una descarga atmosférica en los conductores de guarda y generar un flameo inverso, suelen ser superiores a 20 kA. De acuerdo con el estándar IEEE Std-1243-1997, se recomienda considerar magnitudes superiores al valor promedio de 31 kA [25]. Para el desarrollo de este estudio, se empleó una corriente de impacto de rayo de 31 kA.

La Fig. 9 muestra la simulación del impacto de una descarga atmosférica en la torre 2. Se observa que las tensiones en las cadenas de aisladores de las fases de los dos circuitos no presentan flameo inverso, ya que no se supera la tensión crítica de flameo. Esto confirma que el ángulo de blindaje calculado es óptimo frente a una descarga atmosférica de 31 kA.

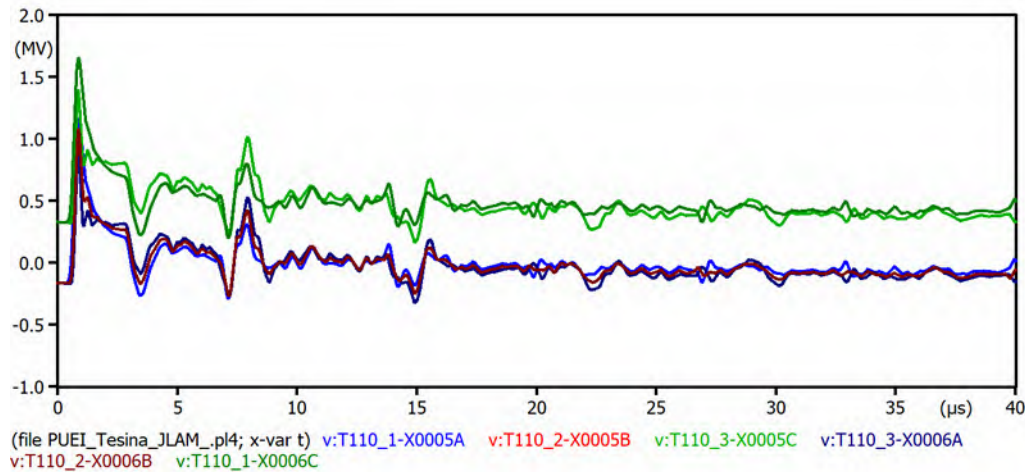


Fig. 9. Tensiones en las cadenas de aisladores de los circuitos de la torre 2.

## V. CONCLUSIONES

El presente estudio ha demostrado la efectividad del Modelo Electrogeométrico (MEG) para determinar el ángulo de blindaje óptimo en líneas de transmisión aéreas, específicamente en una línea de transmisión de doble circuito con dos cables de guarda. Mediante la programación en MATLAB, se optimizó la ubicación de los cables de guarda para maximizar la protección frente a descargas atmosféricas, obteniendo un ángulo de blindaje de 25.05 grados, lo que indica que el blindaje es adecuado para evitar fallas en el sistema eléctrico.

La validación del modelo se realizó mediante el software ATPDraw, donde se simularon las condiciones de descarga atmosférica sobre los conductores de guarda. Los resultados mostraron que las tensiones en las cadenas de aisladores no superaron el valor crítico de flameo, confirmando que el diseño del blindaje es eficaz frente a descargas de 31 kA. Los hallazgos de este estudio resaltan la importancia del diseño adecuado de los sistemas de blindaje en líneas de transmisión aéreas, especialmente considerando la variabilidad en la ubicación geográfica y las condiciones climáticas. Además, se evidenció que la implementación de cables de guarda bien ubicados, como sugiere el MEG, ofrece una protección óptima contra las descargas atmosféricas, minimizando el riesgo de fallas y mejorando la fiabilidad del sistema eléctrico.

Este trabajo contribuye al diseño eficiente de blindajes para líneas de transmisión de alta tensión, ofreciendo una herramienta basada en el modelo electrogeométrico que puede ser aplicada en diferentes configuraciones y condiciones de operación.

### CRediT (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: **LCV**; Metodología: **JLAM** y **LCV**; Investigación: **JSJ**; Redacción y preparación del borrador original: **JLAM**; Redacción, revisión y edición: **JSJ**; Supervisión: **LCV**; Análisis formal: **JLAM**; Administración del proyecto: **LCV**.

**Financiamiento:** Los autores declaran no haber recibido financiación externa.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] C. Tort, S. Şahin, O. Hasançebi. "Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER," *Computers & Structures*, vol. 179, pp. 75-94, Jan. 2017, available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.10.017>
- [2] H. Xue, M. Popov. "Analysis of switching transient overvoltages in the power system of floating production storage and offloading vessel," *Electric power systems research*, vol. 115, pp. 3-10, Oct. 2014, available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2014.01.021>
- [3] S. Hosseini, M. Mirzaie, T. Barforoshi, "Impact of surge arrester number and placement on reliability and lightning overvoltage level in high voltage substations," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 65, pp. 146-158, Feb. 2015, available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.09.037>
- [4] R. Shariatinasab, J. Gholinezhad. "The effect of grounding system modeling on lightning-related studies of transmission lines," *Journal of applied research and technology*, vol. 15 no. 6, pp. 545-554, Dec. 2017, available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jart.2017.06.003>
- [5] B. Franc, B. Filipović-Grčić, V. Milardić. "Lightning overvoltage performance of 110 kV air-insulated substation," *Electric Power Systems Research*, vol. 138, pp. 78-84, Sep. 2016, available: <http://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.12.002>
- [6] Z. Yu, T. Zhu, Z. Wang, G. Lu, R. Zeng, Y. Liu, C. Zhuang. "Calculation and experiment of induced lightning overvoltage on power distribution line," *Electric Power Systems Research*, vol. 139, pp. 52-59, Oct. 2016, available: <http://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.12.039>
- [7] N. Othman, M. Rohani, W. Mustafa, C. Woi, A. Rosmi, N. Shakur, A. Shahriman. "An overview on overvoltage phenomena in power systems," In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 557, no. 1, pp. 1-5, Jun. 2019, available: <http://doi.org/10.1088/1757-899X/557/1/012013>
- [8] M. Trainba, C. Christodoulou, V. Vita, L. Ekonomou. "Lightning overvoltage and protection of power substations," *WSEAS Transactions on Power Systems*, vol. 12, pp. 107-114, 2017, available: <https://wseas.com/journals/ps/2017/a245816-080.pdf>
- [9] R. Rodrigues, V. Mendes, J. Catalão. "Protection of interconnected wind turbines against lightning effects: Overvoltages and electromagnetic transients study," *Renewable energy*, vol. 46, pp. 232-240, Oct. 2012, available: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.03.016>
- [10] J. Li, *Measurement and analysis of overvoltages in power systems*. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd, 2018, available: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=fZINDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP2&dq=Overvoltages+of+atmospheric+origin&ots=qxNJdwDLTx&sig=jALqX2WvCgKaWDZiMxAuepldz3o#v=onepage&q=Overvoltages%20of%20atmospheric%20origin&f=false>
- [11] S. Bjelić, N. Marković, Z. Bogićević, I. Bjelić. "Application of Cauchy (Lipschitz) Criterion for Obtaining Theoretical Models of Atmosphere Striking Overvoltages". *Information Technology and Computer Science*, vol. 9, pp. 20-30, Sep. 2019, available: <http://dx.doi.org/10.5815/ijitcs.2019.09.03>
- [12] P. F. Salazar, "Diseño óptimo de apantallamiento de líneas de transmisión de alto voltaje y extra alto voltaje," in 2019 XXVI *Jornadas en Ingeniería Eléctrica y Electrónica-EPN*, Quito. 2013, pp.12-18.
- [13] Tort, C., Şahin, S., & Hasançebi, O. (2017). Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER. *Computers & Structures*, 179, 75-94. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.10.017>
- [14] Xue, H., & Popov, M. (2014). Analysis of switching transient overvoltages in the power system of floating production storage and offloading vessel. *Electric Power Systems Research*, 115, 3-10. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2014.01.021>
- [15] Shariatinasab, R., & Gholinezhad, J. (2017). The effect of grounding system modeling on lightning-related studies of transmission lines. *Journal of Applied Research and Technology*, 15(6), 545-554. <https://doi.org/10.1016/j.jart.2017.06.003>

- [16] Franc, B., Filipović-Grčić, B., & Milardić, V. (2016). Lightning overvoltage performance of 110 kV air-insulated substation. *Electric Power Systems Research*, 138, 78-84. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.12.002>
- [17] Yu, Z., Zhu, T., Wang, Z., Lu, G., Zeng, R., Liu, Y., & Zhuang, C. (2016). Calculation and experiment of induced lightning overvoltage on power distribution line. *Electric Power Systems Research*, 139, 52-59. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.12.039>
- [18] Salazar, P. F. (2013). Diseño óptimo de apantallamiento de líneas de transmisión de alto voltaje y extra alto voltaje. XXVI *Jornadas en Ingeniería Eléctrica y Electrónica-EPN*, Quito.
- [19] Shafaei, A., Gholami, A., & Shariatinasab, R. (2012). Probabilistic evaluation of lightning performance of overhead transmission lines considering non-vertical strokes. *Scientia Iranica*, 19(3), 812-819. <https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.06.014>
- [20] Rodrigues, R., Mendes, V., & Catalão, J. (2012). Protection of interconnected wind turbines against lightning effects: Overvoltages and electromagnetic transients study. *Renewable Energy*, 46, 232-240. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.03.016>
- [21] Li, J. (2018). *Measurement and analysis of overvoltages in power systems*. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd.
- [22] Bjelić, S., Marković, N., Bogičević, Z., & Bjelić, I. (2019). Application of Cauchy (Lipschitz) Criterion for Obtaining Theoretical Models of Atmosphere Striking Overvoltages. *Information Technology and Computer Science*, 9, 20-30. <https://doi.org/10.5815/ijitcs.2019.09.03>
- [23] IEEE Std. 1410, *Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines*, 2004.
- [24] A. Shafaei, A. Gholami, R. Shariatinasab. "Probabilistic evaluation of lightning performance of overhead transmission lines considering non-vertical strokes," *Scientia Iranica*, vol. 19 no. 3, pp. 812-819. Jun. 2012, available: <https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.06.014>
- [25] Liu, L., Zhang, G., Zhu, Z., Wang, H., & Ma, Z. (2006). Atmospheric continuous filament discharge plasma (ACFDP) applied to crop sterilization. In *The 33rd IEEE International Conference on Plasma Science, 2006. ICOPS 2006. IEEE Conference Record-Abstracts* (pp. 187-189). IEEE. <https://doi.org/10.1109/PLASMA.2006.370654>

## Diferencial electromecánico para robots que requieren desplazarse en movimiento acelerado curvilíneo

Electromechanical differential for robots that require moving in curved accelerated motion

Jaime Abisai **Reséndiz Barrón**<sup>1</sup>  
Allan Ronier **Diez Barroso-Agraz**<sup>2</sup>  
Yolanda **Jiménez Flores**<sup>3</sup>  
Daniel Armando **Serrano Huerta**<sup>1,4</sup>  
Francisco Javier **García Rodríguez**<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Querétaro, Querétaro, MÉXICO  
ORCID: 0000-0001-8841-6032 / abisai.rb@queretaro.tecnm.mx

<sup>2</sup> Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico Álvaro Obregón, Ciudad de México, MÉXICO  
ORCID: 0009-0000-6986-9482 / ronier.diezb@gmail.com

<sup>3</sup> Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Querétaro, Querétaro, MÉXICO  
ORCID: 0000-0002-8094-126X / yolanda.jf@queretaro.tecnm.mx

<sup>4</sup> Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Ciudad de México, MÉXICO  
ORCID: 0000-0001-9613-1715 / dserranoh@ipn.mx

<sup>5</sup> Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Celaya, Guanajuato, MÉXICO  
ORCID: 0009-0003-1816-4070 / francisco.garcia@itcelaya.edu.mx

<https://cientifica.site>

Recibido 29/08/2025, aceptado 7/10/2025.



## Resumen

En los últimos años, ha crecido el interés por los vehículos autónomos, tanto para uso industrial como para transporte público y personal. Como es bien sabido, aunque se requieren sensores LiDAR y cámaras para detectar obstáculos y peatones; redes neuronales e inteligencia artificial para interpretar el entorno y tomar decisiones; y/o GPS y mapas en tiempo real para una navegación precisa; etc., estos vehículos requieren ruedas o piernas para desplazarse. En este trabajo se presenta un diferencial electromecánico que permite controlar el movimiento diferencial acelerado requerido cuando un vehículo autónomo gira lateralmente. El término diferencial electromecánico se refiere a un arreglo de tres aceleradores: uno para controlar la aceleración del vehículo; este acelerador está conectado en serie con el acelerador que controla independientemente cada rueda motriz. El control de la aceleración diferencial de los motores de cubo de las ruedas traseras de un vehículo eléctrico o las piernas de un robot, se obtiene mediante el mecanismo de dirección de las ruedas delanteras del vehículo, considerando la geometría diferencial de Ackerman, lo que permite minimizar el número de sistemas automáticos de control complejos, como sensores y encoders. El giro de pivote de la dirección delantera accionada por el volante para realizar el giro del vehículo, tiene una estructura tipo escuadra, donde el pivote gira sobre un buje fijo al chasis, mientras los extremos de la escuadra terminan: uno en la llanta y el otro en la varilla de la dirección. Este movimiento de giro está asociado al mecanismo de bisagra de un acelerador eléctrico de pedal, que se abre y cierra con el giro de la llanta. Estas ideas se pueden extrapolar a un diferencial electro-mecánico para robots con dos o cuatro piernas, ya sea con pivoteo en una pierna, o con movimiento diferencial.

**Palabras clave:** vehículos autónomos, diferencial electromecánico, motores de cubo, geometría de Ackerman, acelerador eléctrico, control diferencial, robótica móvil.

2

## Abstract

In recent years, interest in autonomous vehicles has grown, both for industrial use and for public and personal transportation. As is well known, although LiDAR sensors and cameras are required to detect obstacles and pedestrians; neural networks and artificial intelligence to interpret the environment and make decisions; and/or GPS and real-time maps for precise navigation; etc., these vehicles ultimately require wheels or legs to move. In this work, an electromechanical differential is presented, which allows controlling the accelerated differential movement required when an autonomous vehicle turns laterally. The term electromechanical differential refers to an arrangement of three accelerators: one to control the vehicle's acceleration, connected in series with the accelerator that independently controls each drive wheel. The control of the differential acceleration of the hub motors of the rear wheels of an electric vehicle, or of a robot's legs, is achieved through the steering mechanism of the vehicle's front wheels, considering Ackermann differential geometry. This approach makes it possible to minimize the number of complex automatic control systems, such as sensors and encoders. The pivot steering of the front axle, operated by the steering wheel to perform the vehicle's turn, has a square-type structure, where the pivot rotates on a hub fixed to the chassis, while the ends of the square terminate: one at the tire and the other at the steering rod. This turning movement is associated with the hinge mechanism of an electric pedal accelerator, which opens and closes with the wheel's rotation. These ideas can be extrapolated to an electromechanical differential for robots with two or four legs, either by pivoting on one leg or by differential movement.

**Index terms:** autonomous vehicles, electromechanical differential, hub motors, Ackerman geometry, electric accelerator, differential control, mobile robotics.

## I. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, el avance científico y tecnológico: presenta la urgente necesidad de adoptar soluciones innovadoras y eficaces para optimizar la movilidad tanto en el campo de la electromovilidad como en el de la robótica. Numerosos científicos se suman a esta desafiante tarea con contribuciones como el desarrollo de Vehículos Eléctricos (EV), híbridos o Robots con Piernas (LR), así como sistemas de propulsión más eficientes y limpios. Si bien se han logrado avances significativos, aún queda un largo camino por recorrer para lograr una movilidad y una producción verdaderamente sostenibles y respetuosas con el medio ambiente.

En cuanto a los LR y los EV, la investigación se ha centrado en cada componente del móvil, desde la batería de iones de litio [1] hasta la transmisión mecánica [2]; por lo tanto, es fundamental considerar la autonomía energética de los LR y los EV, en la que intervienen la carrocería, el chasis, la transmisión y tipo de baterías utilizada.

Al analizar el notable desarrollo de países como China y México, un punto clave es la austeridad de su administración, que permea la producción y la innovación de productos. Esto significa que los éxitos de las tecnologías modernas surgen de innovaciones austeras, inicialmente de bajo costo y orientadas a satisfacer las necesidades de los que menos tienen, encaminándolos hacia la adquisición de bienes de lujo, que cuestan mucho dinero y generan grandes ganancias para las empresas. En este sentido, la ciencia y la tecnología deberían mirar atrás para enfatizar la innovación austera, económica y sostenible. Esto contribuiría significativamente en el avance tecnológico que requiere la electromovilidad y la robótica, repercutiendo en la lucha contra la desigualdad social y la contaminación ambiental. Tomando en cuenta, que productos austeros como los vehículos eléctricos y los robots contribuyen directamente a esta lucha, ya que serían accesibles para los países en desarrollo, donde la desigualdad social y la contaminación ambiental es más prevalente. Considerando que el litio juega un papel muy importante en la modernidad de la electromovilidad. Un enfoque de austeridad y conciencia ambiental, facilitaría el desarrollo y la soberanía de un pueblo, ya que el valor del litio se basa principalmente en el conocimiento, la innovación y la tecnología de su extracción y uso, preservando al mismo tiempo sus reservas minerales. Por tanto, su uso consiente y reciclamiento en movilidad de vehículos y robots, se hace cada vez más importante.

Con ese mismo enfoque, la tecnología de motor de cubo para la transmisión móvil requiere un diferencial que permita controlar la rotación según el eje a girar. Cuando se utiliza un motor que transmite el movimiento a través de un eje, se requiere un diferencial mecánico (MD), generalmente compuesto por un engranaje formado por una corona y piñones satélite, que permite la diferenciación del movimiento.

Con la llegada de los vehículos eléctricos (EV), el MD sigue siendo funcional; sin embargo, en los últimos años, se ha propuesto el uso de motores de cubo para la propulsión de vehículos eléctricos o de robots de piernas (LR). En general, los motores de cubo se colocan sobre las ruedas o piernas del VE o LR respectivamente; por lo tanto, el diferencial mecánico ya no es directamente funcional; en este caso, es más recomendable el diferencial electrónico (ED). Pero este resulta ser muy complejo, debido a la gran cantidad de datos que requiere procesar para hacer la diferenciación del movimiento entre las ruedas o piernas del móvil.

En [3], el objetivo principal del trabajo fue implementar un mecanismo diferencial para vehículos mediante medios electrónicos. Medir la velocidad real de las ruedas y estimar la velocidad requerida del motor de corriente continua (CC) es necesario para generar la señal de control adecuada para alcanzar las velocidades deseadas en las diferentes ruedas. El eje del motor está conectado a un codificador óptico, que convierte la velocidad en un tren de pulsos compatibles con TTL. Este tren de pulsos alimenta al convertidor de frecuencia a voltaje (FVC), una técnica típica de los diferenciales electrónicos.

En este contexto, se propone la instrumentación de un diferencial electrónico para motores de cubo (HM) utilizados para propulsión y movilidad, básicamente mediante una combinación de aceleradores y controladores comerciales, que resulta ser bastante práctico, ideal para VE o RL austeros y económicos. Por las razones aquí expuestas, se denomina diferencial electromecánico (MED), ya que la instrumentación de los componentes electrónicos comerciales requiere su implementación mecánica ingeniosa para su accionamiento correspondiente. Esta configuración, implementada en un prototipo, demostró ser eficiente y significativamente más económica que el diferencial electrónico (ED), ya que elimina la necesidad de electrónica compleja, como codificadores y procesadores de datos, para correlacionar la rotación de la carrocería con el movimiento diferenciado entre los HM a cada lado, además su aplicación puede ser fácilmente extendida para la diferenciación del movimiento de robots de piernas.

No se puede hablar de los ED's, sin considerar el funcionamiento de los MD's, basados en el principio de la geometría de Ackermann, y los HM's. Esto viene desde la evolución del cambio de motores de combustión interna a motores eléctricos en automóviles, una evolución que se remonta a 1832 y es casi equivalente a la del motor de combustión interna.

Existen cinco tipos de motores eléctricos (EM) adecuados para la electromovilidad: motores de inducción, motores de corriente continua (CC), motores de imanes permanentes sincronizados (SIM), motores de corriente continua sin escobillas (BLDC) y motores de reluctancia conmutada (SRM) [2,4]. Los motores de corriente continua sin escobillas (BLDC) son los más populares en electromovilidad, mientras que el motor de inducción es la tecnología más avanzada para aplicaciones de vehículos eléctricos (EV) [5]. Los motores de corriente continua sin escobillas (BLDC) son más ligeros y más pequeños que un motor de escobillas de igual potencia, lo que los hace ideales para reducir el espacio [6]. Por lo tanto, los HM's que son BDLC, permiten más espacio para los pasajeros y simplifican la mecánica del vehículo, mejorando su manejo [6] y haciéndolos aptos para un uso sostenible. Además, un HM a cada lado del vehículo, se controla de forma independiente [7]. Los HM se utilizan en bicicletas, motocicletas, Scooter, coches solares, robots y muchos otros [8,9]. Estos móviles son prácticos, económicos, eliminan la contaminación ambiental y, gracias a su tamaño de fabricación, también reducen la congestión vial en las ciudades.

En particular, un móvil de tres o cuatro ruedas, o de dos o cuatro piernas, requiere un diferencial para asegurar el control de la velocidad en cada lado. En el caso de los EV, se utilizan las ecuaciones del modelo de geometría de Ackermann para lograr este propósito [8,10]. Un ED puede implementarse independientemente del tipo de motor utilizado. En [11,12], se reporta el control de tracción mediante motores de inducción. Haddoun [11] utilizó un sistema embebido tipo dSPACE para calcular la velocidad de las ruedas traseras. También se reportó un sistema de tracción Tabbache [12], para el cual se utilizó un algoritmo basado en un observador de velocidad y flujo adaptativo, lo que permite el control del torque, todo con el fin de garantizar la estabilidad del vehículo en curvas.

En [13], se reporta el diseño y la evaluación de un sistema ED con cuatro HM independientes. Hay tres configuraciones de tracción: delantera, trasera y en las cuatro ruedas; existe una gran versatilidad en el control de los ejes y las ruedas. Por ejemplo, en [14] se presenta un diseño de ED con un sistema de motores BLDC en cada rueda de 15 kW en un vehículo Fiat. En [15] se consideran robots de accionamiento diferencial con dos ruedas motrices y una o más ruedas de bolas giratorias; en dichos trabajos, se diseñó un sistema electrónico para implementar un DE con un solo controlador. Clavero en [16] presenta un ED aplicado a motores BLDC que no requiere sensores específicos para medir el ángulo de dirección ni sensores de velocidad, como el implementado en un triciclo eléctrico.

Cabe mencionar que los motores BLDC tienen una fuerza contraelectromotriz que no es sinusoidal, sino trapezoidal. Debido a la diferencia en su forma de onda con las corrientes del estator, se crea una ondulación en el par, lo que a su

vez genera fluctuaciones de velocidad, vibración y ruido acústico en el motor. De manera similar, en [17] se propone un controlador de par sin ondulación para un motor BLDC, que también es tolerante a fallas de fase.

Los sistemas de accionamiento de los vehículos eléctricos (EV) se dividen en dos grupos: sistemas de accionamiento único y sistemas de accionamiento múltiple. El sistema de accionamiento único consta de un motor de alta velocidad, engranajes reductores, embrague, caja de cambios y un diferencial; este tipo de accionamiento reduce la eficiencia del EV y del LR debido a los componentes mecánicos. En los sistemas de accionamiento múltiple, cada rueda o pierna del vehículo se acciona con un EM de alto par, lo que elimina los componentes mecánicos y aumenta la eficiencia [9]. El segundo sistema tiene un motor de alta velocidad; por lo tanto, en un EV se requieren engranajes reductores, un embrague, una caja de cambios y un diferencial; por lo tanto, la eficiencia del EV o LR se reduce debido a la cantidad de partes mecánicas requeridas. Sin embargo, en el sistema de tracción múltiple, el comportamiento diferencial del móvil durante el giro debe controlarse, requiriendo un ED, por lo que las ruedas del mismo eje giran a diferentes velocidades para evitar que una de ellas derrape y pierda tracción. Mientras tanto, en carreteras rectas, las dos ruedas deben rodar a la misma velocidad mediante control electrónico para cada una de ellas, reemplazando el diferencial de engranajes planetarios tradicional [2], [16]. En la mayoría de los trabajos, la simulación del diferencial electrónico se realizó utilizando el software Simulink R2024b de Matlab [7], [18], [19]. En [18], también se realiza una comparación con el software de simulación Codesys. En [3], se utilizó instrumentación electrónica utilizando MOSFET para la simulación, presentando resultados tanto teóricos como experimentales; El codificador óptico se conectó al eje del motor, convirtiendo la velocidad del motor en un tren de pulsos con una frecuencia correspondiente al rpm. El codificador utilizado en esta configuración generó 36 pulsos por revolución. Se empleó un circuito integrado convertidor de frecuencia a voltaje, LM2907, para producir una señal analógica de 5 V a la velocidad máxima del motor. El microcontrolador utilizado fue el AT89S52, conectado a un circuito integrado convertidor A/D de 8 bits, ADC0809.

En [20], se realizó una simulación de desplazamiento diferencial para estudiar el deslizamiento de las ruedas de un robot y se comparó con el comportamiento del modelo físico. En [2], [15] se realizaron simulaciones análogas para robots con ruedas (WR). En [21], se utilizó una tarjeta FPGA con programación Verilog y HDL para obtener resultados prácticos, comparándolos con la simulación de los resultados de par en Simulink-Matlab. Asimismo, en [22], el diferencial electrónico utilizó la señal de comando del volante, las señales de posición del acelerador y las señales de velocidad del motor para regular la potencia suministrada a cada rueda, asegurando que todas recibieran el par necesario. La estructura de control propuesta se basó en el control PID para cada motor de rueda. Posteriormente, se evaluó el rendimiento del sistema de control PID en el entorno Matlab-Simulink. Cabe destacar que se han realizado grandes esfuerzos para simplificar los modelos dinámicos complejos que se utilizan habitualmente para analizar el movimiento diferenciado de los WR [23], [24].

Para calcular la velocidad de cada rueda, es adecuado un modelo de tipo geometría de Ackermann. El ED utiliza este modelo, ya que la velocidad angular de cada rueda se calcula utilizando el ángulo de dirección deseado y la velocidad de referencia. Para aplicar este modelo, todas las ruedas deben tener el mismo radio de giro.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

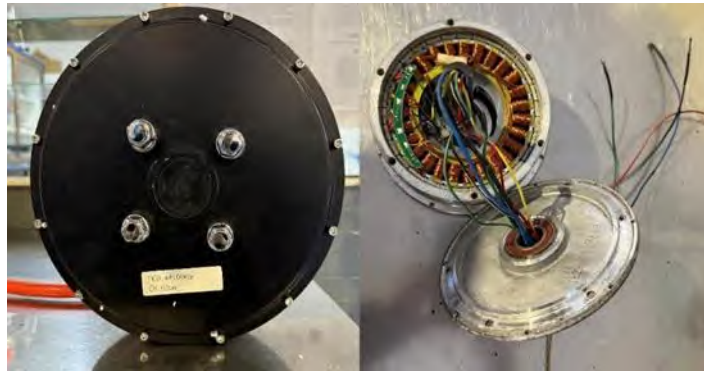
La innovación del ED propuesto aquí reside en su simplicidad, ya que puede implementarse directamente con accesorios comerciales: controladores y aceleradores. La implementación propuesta, a diferencia de otras [14,16], cuenta con un conjunto de tres aceleradores accionados por la articulación de la dirección para obtener la relación de

los neumáticos traseros del EV, tras calcular la relación entre la velocidad y la rotación del vehículo según la geometría de Ackermann.

La metodología para la instrumentación del diferencial MED, para un EV con tracción trasera, se basa en dos motores de cubo instalados, uno en cada rueda, con controladores independientes, y un conjunto de tres aceleradores conectados en serie en paralelo e implementados mecánicamente entre la masa de los neumáticos y la parte fija del chasis del VE. Esta instrumentación puede extenderse fácilmente al uso de cuatro o más pares de motores, un motor de cubo (HM) por cada neumático. Por lo tanto, primero se describen los elementos utilizados en el EV para la implementación de un MED y, a continuación, se discute la metodología de los cálculos necesarios para establecer la relación de control. Además, a continuación, se describen los accesorios, incluidos los motores de cubo, los controladores y los aceleradores.

### A. Motores de cubo

En vehículos de conversión de CI a EV, o incluso en algunos EV, el motor transmite la potencia a la transmisión mecánica denominada "caja de cambios"; en sus dos modalidades, el sistema cuenta con un diferencial integrado o con un sistema que transmite la potencia a un diferencial externo. Una propuesta diferente al esquema anterior consiste en transmitir la potencia directamente a la rueda mediante un motor de cubo (HM); este generalmente consiste en un motor de CC sin escobillas tipo BLCD (véase la Figura 1), con el rotor y el estator externos fijados al eje de la rueda, que permanece fijo al chasis. De este modo, el rotor se conecta directamente a la rueda [8].



**Fig. 1.** Motor de cubo tipo BLDC empleado en el prototipo para el accionamiento directo de la rueda, seleccionado por su alta eficiencia y bajo mantenimiento.

El motor cuenta con 5 cables para sensores Hall que posicionan los campos magnéticos y 3 cables de alimentación para la alimentación trifásica del rotor.

Uno de los primeros intentos de producir un motor de doble rotor haciendo las veces de un DM, para vehículos eléctricos (EV) impulsados por un motor HM, contaba con un diferencial de engranajes planetarios que enviaba la rotación del rotor externo del motor BLDC de alta velocidad directamente a la rueda (véase la Figura 2), lo que reducía la velocidad de salida. Sin embargo, esta acción aumentaba la masa de la rueda.



Fig. 2. Motor de cubo con engranaje diferencial.

## B. Controladores

Cada motor tipo BLCD utiliza un controlador para regular la velocidad (véase la Figura 3). En este caso, se utilizan dos controladores, cada uno con un voltaje de funcionamiento de 36 a 48 V, con un conector de 5 cables para los sensores Hall para el control de posición y velocidad, un conector de 3 cables para la alimentación trifásica del motor HM, un conector de entrada de dos cables para la alimentación de la batería de 36 V, un conector de salida de 3 cables para conectar un acelerador que funciona a 4.5 V, un par de cables de salida que se interconectan con la marcha atrás y varios cables con sus respectivos conectores para accesorios como interruptores, altavoces, luces, etc.

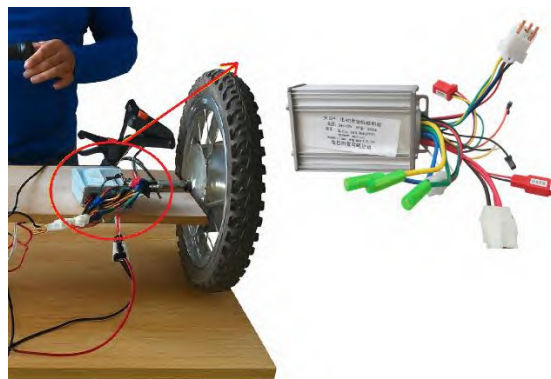


Fig. 3. Controlador de corriente directa (DC) utilizado para la alimentación y regulación del motor del prototipo.

En el caso de un LR, el HM mueve una manivela variable, que a su vez mueve una corredera dentada variable para disminuir la velocidad de la pierna que gira hacia un lado, de forma análoga al diagrama de bloques mostrado en la Figura 4.

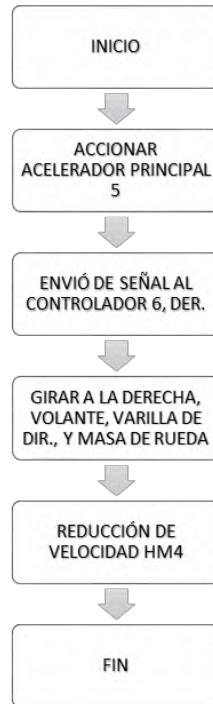


Fig. 4. Diagrama de bloques que representa la secuencia de acciones durante el giro a la derecha.

### C. Acelerador

La implementación de un MED requiere tres aceleradores de pedal electrónicos (Figura 5), que suelen funcionar a 4.5 V como voltaje nominal. Consisten en un potenciómetro que varía la corriente de 0 a 4.5 V; esta variación de voltaje se traduce en el controlador en una variación de la corriente de operación del motor desde 0 hasta la corriente de velocidad máxima.

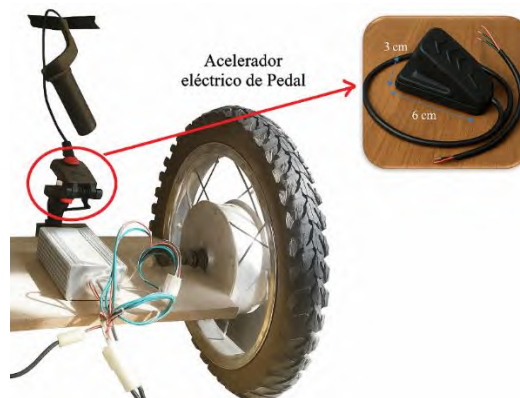


Fig. 5. Acelerador eléctrico de pedal integrado al sistema de propulsión del vehículo, encargado de regular la señal de entrada al controlador para gestionar la velocidad del motor.

El acelerador tiene un conector de 3 cables que debe conectarse al controlador. En la implementación de un MED, se requieren tres pedales de acelerador: por ejemplo, para un vehículo eléctrico (EV), uno está instrumentado directamente y funciona como el acelerador normal del sistema. Se utilizan otros dos aceleradores, que deben conectarse a sus respectivos controladores. Estos aceleradores están instrumentados específicamente en la palanca de masas, conectada mecánicamente a la barra de dirección, y en el eje, conectado al chasis. En el caso de los LR, estos aceleradores podrían conectarse al cuello del robot, ya que cuando este desea girar hacia un lado, normalmente mueve la cabeza hacia ese mismo lado. La conexión eléctrica serie-paralelo entre los aceleradores se describe a continuación.

#### D. Cálculo de razón de velocidad

En términos generales, un MED utiliza la geometría de Ackermann, que muestra las cuatro ruedas girando alrededor de un punto común llamado "centro del radio de giro". Esta situación ocurre cuando la proyección de los ejes de las ruedas delanteras se interseca con la proyección de la línea del eje trasero [7]. Según el modelo de geometría de Ackermann, la Figura 6 muestra un vehículo de cuatro ruedas que gira a la derecha en una curva cerrada.  $V$  es la velocidad del vehículo;  $V_1, V_2, V_3$  y  $V_4$  son las velocidades de cada rueda;  $\delta_1$  and  $\delta_2$  son los ángulos de cada rueda delantera;  $R$  es el radio de giro del vehículo;  $L$  es la distancia entre los ejes delantero y trasero;  $B$  es la distancia de separación entre ruedas; y  $O$  es el centro del radio de giro.

Cabe destacar que la rueda delantera del vehículo, que está más cerca del centro, no gira lo suficiente cuando el ángulo en la geometría de Ackermann es demasiado pequeño; esto también provoca subviraje, ya que las ruedas no tienen el mismo arco, lo que contrarresta su movimiento, por lo que giran en ángulos desincronizados. Por otro lado, si el ángulo es demasiado grande, la llanta interior se arrastra. Posteriormente, se calcula la velocidad de cada rueda utilizando el ángulo de dirección del volante y la velocidad deseada del vehículo, según el modelo de geometría de Ackermann. De Moazen [7], se obtuvieron las siguientes ecuaciones, que se utilizan para describir el MED con base en el modelo de geometría de Ackermann.

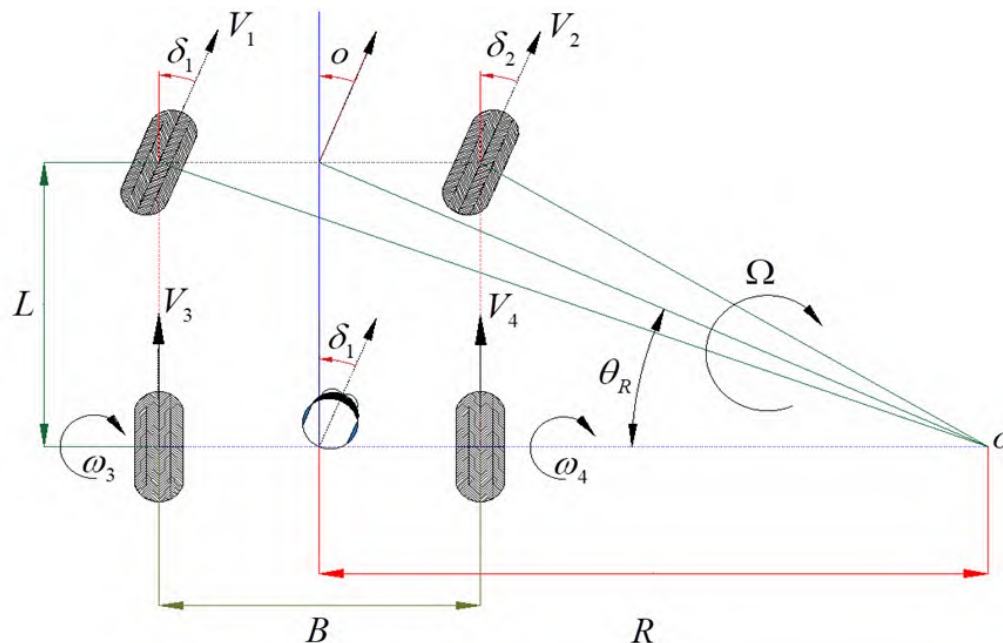


Fig. 6. Esquema de la geometría de Ackerman aplicada a un vehículo eléctrico (EV) de cuatro ruedas, integrando la cabeza de un robot con ruedas (WR) para ilustrar el principio de dirección y control diferencial en sistemas de tracción eléctrica.

La velocidad de las ruedas traseras se determina en función de la velocidad angular de guiñada  $\omega$  con respecto a  $O$  y el radio de giro  $R \mp \frac{B}{2}$ ; es decir,

$$\begin{aligned} V_3 &= \omega \left( R + \frac{B}{2} \right) \\ V_4 &= \omega \left( R - \frac{B}{2} \right) \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \frac{\omega}{r} \left( R + \frac{B}{2} \right) & (1) \\ \omega_4 &= \frac{\omega}{r} \left( R - \frac{B}{2} \right) & (2) \end{aligned}$$

donde  $B$  es la distancia entre los neumáticos traseros,  $r$  es el radio de cada rueda,  $\omega_3$  y  $\omega_4$  son las velocidades angulares de los neumáticos traseros.

Combinando las ecuaciones (1) y (2), la proporción de la velocidad angular  $\omega_3$  con respecto a  $\omega_4$  es

$$\omega_3 = \frac{2R + B}{2R - B} \omega_4 \quad (3)$$

10

Esta relación implica que cuando  $R \rightarrow \infty$ , las velocidades de las dos ruedas son casi iguales; esto ocurre en el modo rectilíneo. En el caso de 4 motores, que incluyen los motores de rueda 1 y 2, las velocidades son las siguientes:

$$\begin{aligned} V_1 &= \omega \sqrt{\left( R + \frac{B}{2} \right)^2 + L^2} \\ V_2 &= \omega \sqrt{\left( R - \frac{B}{2} \right)^2 + L^2} \end{aligned}$$

Y sus respectivas velocidades angulares son

$$\omega_1 = \frac{\omega}{r} \sqrt{\left( R + \frac{B}{2} \right)^2 + L^2} \quad (4)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega}{r} \sqrt{\left( R - \frac{B}{2} \right)^2 + L^2} \quad (5)$$

donde  $L$  es la distancia entre los ejes del vehículo eléctrico;  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son las velocidades angulares de los neumáticos traseros. A diferencia de [18,19], el análisis aquí mostrado demuestra claramente que la velocidad de las ruedas internas es menor que la de las externas, como se puede observar en la Figura 6.

Por otro lado, los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$  de los neumáticos delanteros están determinados por

$$\tan\delta_1 = \frac{L}{R + \frac{B}{2}} \quad (6)$$

$$\tan\delta_2 = \frac{L}{R - \frac{B}{2}} \quad (7)$$

Luego, combinando las ecuaciones (4) y (6) con las ecuaciones (5) y (7), respectivamente, se obtiene lo siguiente:

$$\omega_1 = \frac{\omega}{r} \sqrt{\left(\frac{L}{\tan\delta_1}\right)^2 + L^2}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega}{r} \sqrt{\left(\frac{L}{\tan\delta_2}\right)^2 + L^2}$$

Combinando estas ecuaciones, la proporción de la velocidad angular  $\omega_1$  con respecto a  $\omega_2$ ; es

$$\omega_1 = \frac{\tan\delta_1}{\tan\delta_2} \sqrt{\frac{1 + (\tan\delta_2)^2}{1 + (\tan\delta_1)^2}} \omega_2$$

11

En el caso de 4 HM, si quiere mantener esta relación de velocidad, también se debe trabajar en una dirección que permita obtener los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$  de los neumáticos delanteros según la geometría de Ackermann. En [25], se presenta una configuración de parámetros con una dirección de cremallera logrando la geometría de Ackermann.

Para el caso de solo 2 HM con tracción trasera o un EV o WR con tracción térmica, la relación angular de las ruedas también puede expresarse en términos de los ángulos  $\delta_1$  y  $\delta_2$  de los neumáticos delanteros o  $\delta_1$  del cuello de giro de la cabeza. Combinando las ecuaciones (6) y (7) con la ecuación (3), se obtiene

$$\omega_3 = \frac{\tan\delta_2}{\tan\delta_1} \omega_4 \quad (8)$$

Además, de la Figura 6, se puede obtener lo siguiente:

$$\cot\delta_1 - \cot\delta_2 = \frac{B}{L} \quad (9)$$

Combinando esta ecuación, con la ecuación (8), se obtiene

$$\omega_4 = \tan\delta_1 \left( \cot\delta_1 - \frac{B}{L} \right) \omega_3$$

o

$$\omega_4 = \left( 1 - \frac{B}{L} \tan\delta_1 \right) \omega_3 \quad (10)$$

De esta manera, es posible controlar mecánicamente la relación de transmisión de las ruedas traseras para girar a la derecha controlando el ángulo  $\delta_1$  de la llanta delantera izquierda del EV o el ángulo de giro del cuello del WR o LR. En la ecuación (10), para robots de dos ruedas o piernas, se puede asumir que es fijo o se modifica mediante un ángulo de visión ortogonal a  $\delta_1$ , como se verá más adelante. De forma similar, se aplica el mismo proceso para girar a la izquierda con un ángulo  $\delta_2$ . Esto se puede lograr con un arreglo de aceleradores, el acelerador principal conectado en serie a dos aceleradores secundarios, que van conectados a los controladores de los HM de las ruedas traseras, y que son accionados mediante el varillaje del sistema de dirección y las masas de las ruedas delanteras, como se esquematiza más adelante. Definido

$$f(\delta_1) = 1 - \frac{B}{L} \tan \delta_1 \quad (11)$$

Como factor de multiplicidad de velocidad (VMF). La gráfica de la ecuación (10) para  $B/L = 1$  (en verde) es la siguiente: En la Figura 7, la línea en negro corresponde a la regresión lineal entre los puntos:  $\{(0.79, 0), (-0.79, 2), (0.5, 0.45), (-0.5, 1.55)\}$ . Esta línea obedece a la siguiente ecuación:

$$g(\delta_1) = 1 - \frac{B}{L} 1.27 \delta_1 \quad (12)$$

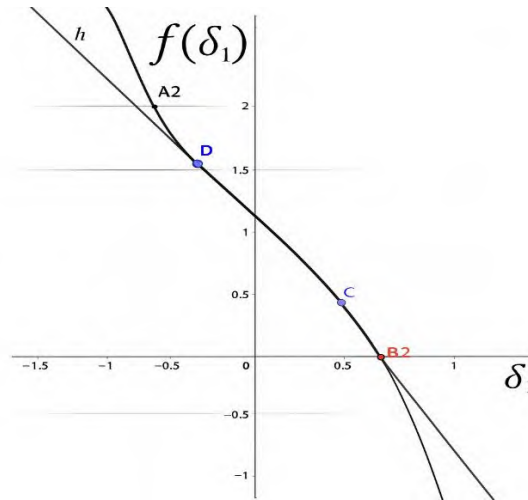


Fig. 7. Relación entre la velocidad angular y la rotación de la rueda en la ecuación (10) con  $B/L = 1$ .

Los puntos de esta línea coinciden con gran precisión con los del gráfico de la ecuación (11) entre los puntos de inflexión. Para obtener el punto de inflexión, se deriva la ecuación (11) y se iguala a 0; es decir,

$$\frac{df(\delta_1)}{d\delta_1} = -\frac{B \sin^2 \delta_1 - \cos^2 \delta_1}{L \cos^2 \delta_1} = 0$$

Consecuentemente,  $\sin^2 \delta_1 = \cos^2 \delta_1$ , lo cual implica  $\delta_1 = \pm 0.79$ ,  $f$  cambia su concavidad. Por otro lado, el pedal del acelerador, junto con el controlador, hace que la velocidad angular del neumático sea linealmente proporcional al recorrido de la resistencia del potenciómetro, como se muestra en la Figura 8.

Para relacionar el movimiento de las palancas de las masas que conectan el sistema de dirección (DS) con los brazos del pedal del acelerador, sea  $r_p$  el radio correspondiente a una fracción de la palanca de la masa del neumático que acopla el DS, siendo  $l_a$  la apertura correspondiente a la bisagra del acelerado. La descripción anterior define el diferencial electrónico, y a continuación se describen los cálculos necesarios para su ubicación estratégica.

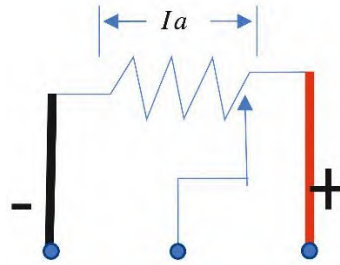


Fig. 8. Circuito básico de conexión de acelerador.

## 13

### E. Diferencial electromecánico

Considere una disposición de dos controladores, uno para cada motor HM en las llantas 3 y 4, y su respectivo acelerador. Estos deben estar estratégicamente ubicados entre los ejes del chasis y las palancas de las masas giratorias de las llantas delanteras 1 y 2.

Estos aceleradores están conectados en serie al control principal del acelerador, lo que permite que el vehículo acelere en línea recta sin la intervención de los aceleradores de masa. En este caso, estos aceleradores deben estar completamente cerrados para controlar completamente el acelerador principal 5 (Figura 9). En una curva, los aceleradores actúan en serie; es decir, los aceleradores conectados a la palanca de masa, que a su vez está conectada a la DS, se abren en un ángulo  $\delta_1$ , lo que provoca una disminución de la velocidad del HM4, según la ecuación (10). Según la ecuación (11), el acelerador conectado a la palanca de masa no debe abrirse en modo rectilíneo, ya que esto implicaría una disminución de la velocidad del HM4 al girar a la derecha.

El porcentaje de apertura de la bisagra del acelerador 1 es una función de la ecuación (11) (véase la Figura 9); de hecho, la desaceleración cambia de 1 a  $f(\delta_1)$ ; es decir,

$$l_a = (1 - f(\delta_1))l_{ma}$$

donde  $l_{ma}$  es la máxima apertura de la bisagra (ver Figura 5). La ecuación anterior también se puede escribir de la siguiente manera:

$$l_a = \frac{B}{L} \tan \delta_1 l_{ma} \quad (13)$$

Para determinar la posición correcta  $r_p$  que debe mantener el acelerador en la palanca de masa de dirección y su contraparte fija en el eje del chasis, se considera la conocida relación del ángulo del radio de la bisagra del acelerador, que es  $l_a = \delta_a r_a$ .

Generalmente, el ángulo máximo de un acelerador de pedal comercial es menor que el ángulo máximo de apertura de la palanca de masa. Además, según la ecuación (11), la distancia recorrida por una fracción del brazo de palanca y  $\delta_1$  debe ser igual a la apertura la del acelerador; por lo tanto,

$$l_a = r_p \delta_a \quad (14)$$

Y, substituyendo esto en ecuación (13), se obtiene

$$r_p = \frac{\frac{B}{L} \tan \delta_1 l_{ma}}{\delta_1} \quad (15)$$

O, considerando su respectiva aproximación, las ecuaciones (11) y (12) pueden igualarse para obtener ( $\frac{\tan \delta_1}{\delta_1} \cong 1.27$ ), que luego se sustituyen en (15) para obtener

$$r_p \cong 1.27 \frac{B l_{ma}}{L} \quad (16)$$

El factor 1,27 se podría reducir considerando que, para ángulos pequeños, la linealización  $\tan(\delta_1)/\delta_1 \cong 1$ .

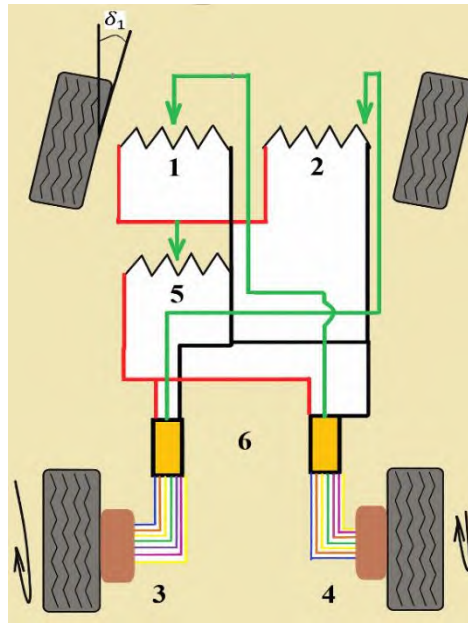


Fig. 9. Diagrama del circuito eléctrico de un MED.

### III. RESULTADOS

El diseño electrónico del MED se basa en las Figuras 6 y 9. En  $\delta_1 = 0^\circ$ , el acelerador 1 está completamente cerrado; este es el modo de máxima aceleración. Este acelerador está conectado por un lado al controlador 6 de HM4, por otro lado, está conectado en serie al acelerador 5, que tiene una perilla completa para acelerar o desacelerar, lo que permite un avance rectilíneo. Por ejemplo, un giro de  $40^\circ$  a la derecha de la llanta interior hace que el acelerador 1 se abra (ver Figura 12), lo que permite una disminución en la aceleración de la llanta 4 como una función de la relación angular en la ecuación (10). Nótese que, en las Figuras 6, 9 y 12, el acelerador 2 no se modifica por este movimiento; por lo tanto, el acelerador 5 tiene control directo de HM3; Según la Ecuación (10), la velocidad de HM4 depende de la velocidad de HM3 y del ángulo  $\delta_1$  que relaja el acelerador 1.

La Tabla 1 resume los valores del ángulo  $\delta_1$ , vs. el factor de velocidad  $f$  calculado con la Ecuación (11);  $l_a$  calculado con la ecuación (13) en cm; el  $\omega_4$  del HM4 teórico calculado con la ecuación (10), que se grafica en la Figura 10; y el ángulo  $\delta_a$  del acelerador, que se calcula y convirtió a grados. Para implementar este esquema, considere un modelo de un vehículo eléctrico urbano con  $B = 0.8$  m y  $L = 1.2$  m; es decir,  $B/L = 0.666$ , con una velocidad HM3 de  $\omega_3 = 625$  rpm que es constante y una relación de aceleración  $r_a = 6$  cm y una carrera máxima de apertura del acelerador  $l_{ma} = 3$  cm, entonces por la ecuación (16)  $r_p = 2.54$  cm.

TABLA 1  
ROTACIÓN DE ÁNGULO  $\delta_1$  CON RESPECTO A LA RAZÓN DE VELOCIDADES ANGULARES  $f$ . MODELO 0.666.

| $\delta_1$ | $f$    | $l_a(\text{cm})$ | $w_4(\text{rpm})$ | $\delta_a$    |
|------------|--------|------------------|-------------------|---------------|
| $0^\circ$  | 1      | 0                | 625               | $0^\circ$     |
| $10^\circ$ | 0.882  | 0.354            | 551.25            | $3.38^\circ$  |
| $20^\circ$ | 0.7575 | 0.7275           | 473.43            | $6.94^\circ$  |
| $30^\circ$ | 0.6151 | 1.1547           | 384.46            | $11.02^\circ$ |
| $40^\circ$ | 0.4411 | 1.6767           | 275.72            | $16.01^\circ$ |
| $45^\circ$ | 0.3334 | 1.999            | 208.75            | $19.08^\circ$ |

La Tabla 2 presenta los valores prácticos obtenidos con el prototipo MED de la Figura 11. El valor de  $\delta_{ap}$  se obtuvo presionando el pedal del acelerador 1 (véase la Figura 9) con la prensa mostrada en la Figura 11, asegurándose de que el valor se acercara lo más posible a los valores registrados en la Tabla 1, esto valores fueron medidos con un transportador. A continuación, se calculó el brazo de palanca mediante la siguiente ecuación:  $l_{ap} = \delta_{ap} * r_p$ . Finalmente, con el HM4 operando a 625 rpm, la velocidad práctica del HM4,  $\omega_{4p}$  fue la que se muestra en la Figura 10, medida con el prototipo con un tacómetro laser (véase la Figura 11).

TABLA 2  
ROTACIÓN DE ÁNGULO  $\delta_1$  CON RESPECTO A VELOCIDAD ANGULAR  $\omega_{4p}$ .

| $\delta_1$ | $\delta_a$ | $l_a(\text{cm})$ | $w_{4p}(\text{rpm})$ |
|------------|------------|------------------|----------------------|
| $0^\circ$  | $0^\circ$  | 0                | 625                  |
| $10^\circ$ | $3^\circ$  | 0.3              | 548                  |
| $20^\circ$ | $7^\circ$  | 0.7              | 470                  |
| $30^\circ$ | $11^\circ$ | 1.2              | 390                  |
| $40^\circ$ | $16^\circ$ | 1.7              | 280                  |
| $45^\circ$ | $20^\circ$ | 2                | 210                  |

En el análisis de errores presentado en la Tabla 3, solo se consideraron los valores más representativos para obtener  $e_T$ , específicamente, los tres valores intermedios.

TABLA 3  
TABLA DE ERRORES.

| $\delta_1$ | $e_{la}\%$ | $e_{w4}\%$ | $e_{\delta a}\%$ |
|------------|------------|------------|------------------|
| 0°         | 0          | 0          | 0                |
| 10°        | 12.4       | 0.589      | 11.24            |
| 20°        | 0.75       | 0.724      | 0.86             |
| 30°        | 0.4        | 1.44       | 0.18             |
| 40°        | 0.1        | 1.55       | 0.062            |
| 45°        | 4.55       | 0.598      | 4.82             |
| $e_T$      | 0.41       | 0.98       | 0.336            |

De forma análoga a cómo un autor anterior [7] relacionó sus resultados teóricos con sus resultados prácticos, se hizo lo mismo aquí, manteniendo las proporciones en términos de ancho y longitud del vehículo. Aunque no es exactamente la misma formulación, también puede compararse con la ecuación (10), ya que se obtuvieron los mismos resultados teóricos para  $\omega_4$ . Los resultados son análogos a los de [7,21] para un ángulo de 6° con una velocidad de  $\omega_3 = 450$  rpm (47.1 rad/s), donde  $L = 2.7$  y  $B = 1.7$ , produciendo una razón de  $B/L = 0.629$ , entonces por ecuación (16)  $r_p = 2.4$  cm, esto da  $\omega_4 = 420.25$  rpm (43.98 rad/s). De manera similar, para un ángulo de 30°, con una escala de 10 : 1, los resultados son semejantes a [7]. Con una velocidad de  $\omega_5 = 215$  rpm (22.5 rad/s), se obtiene  $\omega_4 = 136.74$  rpm (14.4 rad/s), como se muestra en Tabla 4.

TABLA 4  
ANGULO  $\delta_1$  VS. FACTOR  $f$ . MODELO 0.629.

| $\delta_1$ | $f$   | $l_a(cm)$ | $\omega_4(rpm)$ | $\omega_4(rpm)$ | $\delta_a$ |
|------------|-------|-----------|-----------------|-----------------|------------|
| 0°         | 1     | 0         | 215             | 450             | 0°         |
| 6°         | 0.93  | 0.2       | 200.78          | 420.25          | 1.9°       |
| 10°        | 0.889 | 0.333     | 191.13          | 400.05          | 3.18°      |
| 20°        | 0.771 | 0.687     | 165.76          | 346.95          | 6.56°      |
| 30°        | 0.636 | 1.092     | 136.74          | 287.55          | 10.45°     |
| 40°        | 0.472 | 1.584     | 101.52          | 212.4           | 15.12°     |
| 45°        | 0.371 | 1.887     | 79.76           | 166.95          | 18°        |

La Tabla 5 presenta los valores prácticos obtenidos del prototipo MED mostrado en la Figura 11 para el modelo MED 0.629, manteniendo una velocidad constante de 215 rpm y, posteriormente, de 450 rpm. Los valores de  $\delta_{ap}$  fueron los más cercanos a  $\delta_a$ , y se midió la velocidad  $\omega_4$  de HM4, denotada como  $\omega_{4p}$  en el prototipo.

TABLA 5. ANGULO  $\delta_1$  VS. FACTOR  $\omega_{4p}$ . MODELO 0.629.

| $\delta_1$ | $\delta_a$ | $\omega_4(rpm)$ | $\omega_4(rpm)$ |
|------------|------------|-----------------|-----------------|
| 0°         | 0°         | 215             | 450             |
| 6°         | 2°         | 200             | 420             |
| 10°        | 3.1°       | 190             | 400             |
| 20°        | 6.5°       | 166             | 345             |
| 30°        | 10.4°      | 135             | 287             |
| 40°        | 15.1°      | 101             | 210             |
| 45°        | 8°         | 79              | 167             |

La siguiente gráfica representa la velocidad  $\omega_4 \cdot 10^{-3}$  de ecuación (10) como una función de  $\delta_1$  en radianes, y  $\omega_{4p} \cdot 10^{-3}$  vs  $\delta_1$  en radianes.

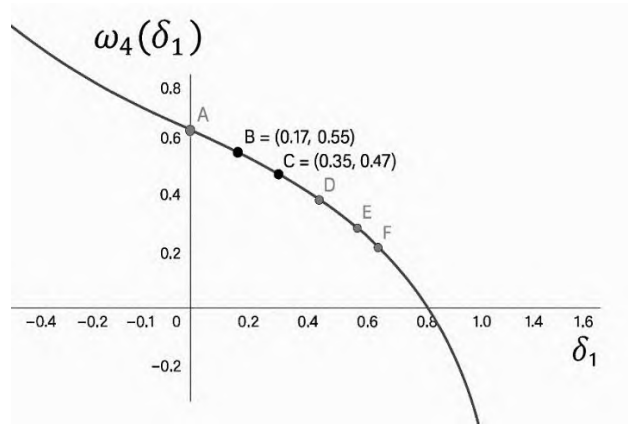


Fig. 10. Velocidad angular  $\omega_4$  (curva) y  $\omega_{4p}$  (puntos).

Los puntos del gráfico corresponden a las velocidades medidas con el simulador; este es el prototipo del MED, como se muestra en la Figura 11, implementado en un vehículo pequeño equipado con motores de cubo en las ruedas traseras. El vehículo funcionaba con autonomía energética, utilizando paneles solares y baterías de litio, como se describe en [8].

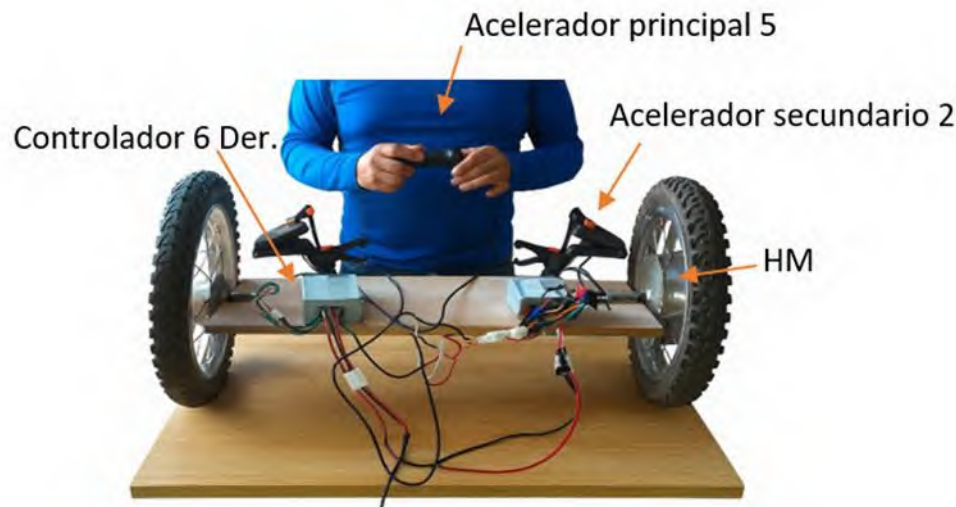


Fig. 11. Prototipo MED para pruebas de simulación.

La prensa que sujeta los pedales del acelerador simuló la compresión de las palancas de dirección. El acelerador manual simuló el pedal del acelerador 5, como se muestra en la Figura 9. El controlador izquierdo se programó para que el motor funcionara en sentido contrario al derecho, ya que ambos estaban opuestos y, por lo tanto, giraban en la misma dirección. Para cada punto obtenido en la Tabla 2 para  $\omega_{4p}$ , el acelerador derecho se mantuvo siempre

presionado para permitir que todo el control del acelerador manual alcanzara casi el máximo de 625 rpm (esto es extremo en la práctica), mientras que el pedal del acelerador izquierdo tenía aberturas en la columna de  $l_a$  con respecto al ángulo  $\delta_a$ . De igual manera, se realizaron dos pruebas adicionales en este prototipo MED con velocidades constantes de 615 rpm y 450 rpm para la rueda 3. Los datos experimentales recopilados para la rueda 4 se presentan en la Tabla 5.

### A. Diseño mecánico

Según la ecuación (16), es posible diseñar la posición del pedal del acelerador en la masa de la rueda y el eje del chasis; es decir, una parte del brazo del pedal está fijada al eje del chasis, considerando que el extremo del brazo del acelerador está fijado a 2.54 cm para el caso del modelo 0.66, en el eje del chasis. El otro brazo del acelerador se conecta a la varilla de masa que conecta al DS, como se muestra en la Figura 12. Cabe destacar que esta conexión a la palanca de masa no tiene efecto en caso de movimiento hacia el otro lado ( $\delta_1$ ); este movimiento debe desconectarse, ya que rompería el acelerador que está fijado al eje del chasis. Esta es la razón por la que el acelerador que está en la otra llanta del vehículo (acelerador 2) no participa cuando se abre el acelerador 1.

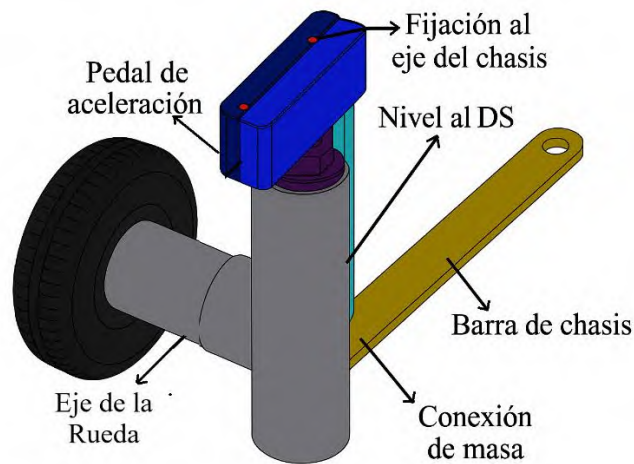


Fig. 12. Posición del acelerador secundario, en masa de rueda.

La Figura 12 ilustra con detalle el mecanismo mediante el cual una parte del acelerador se fija al eje del chasis y se conecta tanto a la palanca como a la masa del neumático, la cual, a su vez, está vinculada al sistema DS. La bisagra se monta sobre el eje del chasis a una distancia de 2.5 cm de su extremo y a 3.5 cm del extremo articulado. Esta disposición responde a que la abertura del acelerador es menor que la del brazo de palanca del DS. El análisis realizado evidencia que el acelerador no alcanza su apertura total; de acuerdo con los datos de la Tabla 1, su desplazamiento se encuentra en un rango de 0 a 2 cm, valor inferior a su apertura máxima de 3 cm. Asimismo, la unión entre el acelerador y la palanca presenta un carácter flexible, permitiendo su desconexión al girar hacia el lado opuesto, conforme a la geometría de Ackermann. Esta desconexión resulta indispensable para evitar daños en el acelerador, el cual permanece fijo al eje del chasis.

En aplicaciones con robots de dos ruedas o piernas, la distancia entre ejes  $L$  no es un parámetro determinante, pudiéndose definir un valor arbitrario superior al diámetro de la rueda, o bien, establecerse a partir del ángulo de visión hacia abajo que adopta el robot durante un giro lateral. En este contexto, los aceleradores secundarios deberían instalarse en la zona del cuello del robot, a una distancia variable  $r_p$ , en función del ángulo  $\varphi$  que forma la línea de visión con la horizontal, considerando además la altura del “ojo” del robot, tal como se representa en la Figura 13.

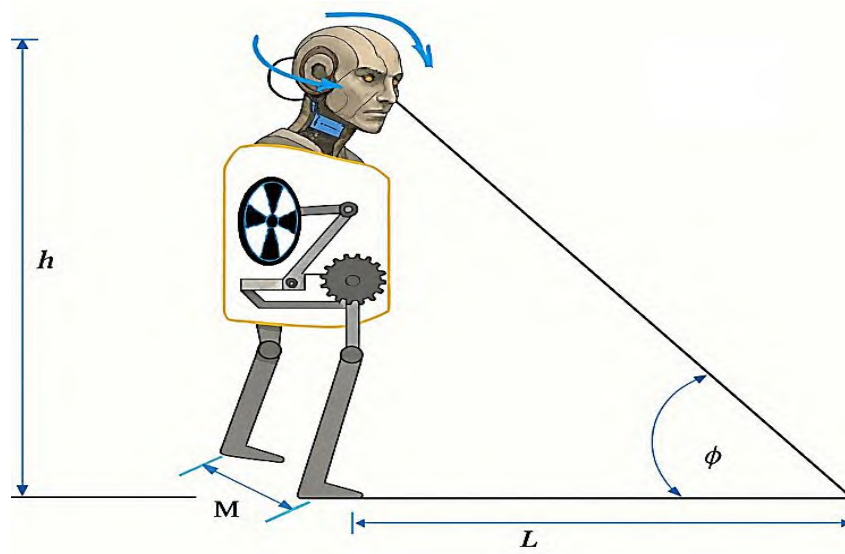


Fig. 13. Diseño del acelerador montado en el cuello del LR.

El movimiento de la cabeza convierte el ángulo de visión  $\varphi$  en apertura del acelerador mediante una palanca acoplada; el punto de fijación se ubica a una distancia variable  $r_p$  (función de  $\varphi$  y de la altura ocular  $h$ ), considerando la separación longitudinal  $L$  y la base  $M$ . Este arreglo habilita el control diferencial durante el giro lateral. Entonces la ecuación (16) ahora es

$$r_p = 1.27 \frac{Bl_{ma} \tan \varphi}{h} \quad (17)$$

Y la posición de  $r_p$  cambia cada vez que el robot mueve su cabeza hacia arriba o abajo. El MED se implementó en un VE ultra compacto, como se muestra en la Figura 14, observándose un funcionamiento adecuado.”



Fig. 14. Prototipo de VE con MED incluido.

## IV. CONCLUSIONES

Como se demuestra en este trabajo, un MED, construido con un diseño simple basado en tres aceleradores de pedal comerciales conectados en una configuración serie-paralelo con sus respectivos controladores, funciona eficazmente como un diferencial electrónico. La disposición mecánica de los aceleradores dentro del sistema de dirección elimina la necesidad de codificadores electrónicos, que se utilizan habitualmente para la recopilación de datos ([3] y las referencias citadas).

La Figura 12 ilustra claramente el mecanismo de apertura del acelerador, que está conectado al controlador, mientras que la Figura 13 presenta diferentes enfoques de ingeniería para el diseño del acelerador en el cuello de un LR. La acción está controlada por un mecanismo que permite que el acelerador se abra solo en una dirección de rotación horizontal del cuello del robot, si la distancia  $L$  es fija arbitraria, y la apertura del acelerador es variable si esta depende también de la rotación vertical de la cabeza del robot. En la Figura 12, la apertura del acelerador se interrumpe cuando la rotación ocurre en la dirección opuesta al movimiento de apertura. En ambos casos, la acción inversa no es posible, ya que girar en la dirección opuesta obligaría a cerrar de más el acelerador, lo que podría causar daños.

El prototipo MED se implementó en un mini-EV equipado con los mismos motores de 350 W y 36 V, alimentados por baterías de iones de litio de 36 V y complementados con paneles solares para una mayor autonomía [8]. Además, la Figura 12 considera la aproximación  $\tan \delta_1 / \delta_1 \cong 1$ . Se implementó el modelo MED 1, y el prototipo se probó con los modelos MED 0.66 y MED 0.629.

Una de las principales desventajas del sistema MED es que los pedales de acelerador comerciales son frágiles, ya que están hechos de plástico. Al atornillarse a la masa del chasis y al varillaje de dirección, son propensos a sufrir daños irreparables debido a movimientos bruscos. Sin embargo, estos aceleradores pueden fabricarse en aluminio o acero, lo que les permitiría soportar un uso intensivo.

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: JARB; Metodología: FJGR; Software: YJF; Investigación: DASH; Redacción y preparación del borrador original: DASH; Redacción, revisión y edición: FJGR; Supervisión: ARDBA; Análisis formal: JFN; Administración del proyecto: JARB; Adquisición de fondos: ARDBA.

**Financiamiento:** Los autores declaran al Tecnológico Nacional de México (TecNM) como la entidad financiadora principal de este trabajo, mediante el proyecto “Diseño y construcción de un vehículo eléctrico compacto y austero para uso urbano, con autonomía energética basada en baterías de litio, paneles solares y frenado regenerativo”

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen a **Tecnológico Nacional de México, campus Querétaro (TecNM-Querétaro)** por el apoyo otorgado mediante el proyecto de diseño y construcción de un vehículo eléctrico compacto y austero, fabricado en fibra de vidrio para uso urbano, con autonomía energética basada en baterías de litio, paneles solares y frenado regenerativo. Su acompañamiento técnico, el acceso a infraestructura y la participación de docentes y estudiantes fueron determinantes para el cumplimiento de los objetivos de este trabajo. Asimismo, al **Instituto Politécnico Nacional (IPN)** por el respaldo institucional y las facilidades académicas y administrativas que hicieron posible el desarrollo de esta investigación.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] T. M. Bandhauer, S. Garimella, T. F. Fuller, “A critical review of thermal issues in lithium-ion batteries,” *Journal of The Electrochemical Society*, vol. 158, no. 3, p. R1, 2011, doi: <https://doi.org/10.1149/1.3515880>.
- [2] O. Pratap-Jadhav, Rohith, M. Vadali, “Un controlador de par diferencial para robots móviles autónomos con ruedas,” *Proceedings of the 5th International Conference on Advances in Robotics*, art. 12, pp. 1–7, 2021.
- [3] S. Sharma, R. Pegu, P. Barman, “Electronic differential for electric vehicle with single wheel reference,” *Proceedings of the 2015 1st Conference on Power, Dielectric and Energy Management at NERIST (ICPDEN)*, pp. 1–5, 2015, doi: <https://doi.org/10.1109/ICPDEN.2015.7084571>.
- [4] N. Hashemnia, B. Asaei, “Comparative study of using different electric motors in the electric vehicles,” *Proceedings of the 18th International Conference on Electrical Machines*, pp. 1–5, 2008, doi: <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4800064>.
- [5] K. Deepak, M. A. Frikha, Y. Benômar, M. E. Baghdadi, O. Hegazy, “In-wheel motor drive systems for electric vehicles: State of the art, challenges, and future trends,” *Energies*, vol. 16, no. 8, art. 3121, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/en16083121>.
- [6] J. Linares-Flores, O. Castro-Heredia, C. Garcia-Rodríguez, “Diseño e implementación de un diferencial electrónico para en vehículo eléctrico de tracción de cuatro ruedas,” 2022, available: <http://repositorio.utm.mx:8080/jspui/handle/123456789/406>.
- [7] M. Moazen, M. B. B. Sharifian, M. Sabahi, “Electric differential for an electric vehicle with 4WD/2WS ability,” *2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, pp. 751–756, 2016.
- [8] A. J. Reséndiz Barrón, M. A. Ramos Pérez, A. Salas Flores, F. J. García Rodríguez, “Design and manufacture of electric vehicle body with solar panels for urban use,” *Revista de Ciencias Tecnológicas*, vol. 8, pp. 1–14, 2025, doi: <https://doi.org/10.29057/rct.v8i0.1234>.
- [9] C. Contò, N. Bianchi, “E-bike motor drive: A review of configurations and capabilities,” *Energies*, vol. 16, no. 1, art. 160, 2023, doi: <https://doi.org/10.3390/en16010160>.
- [10] H. Kahveci, H. Okumus, H. Ekici, “An electronic differential system using fuzzy-logic speed-controlled in-wheel brushless DC motors,” *4th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, pp. 881–885, 2013, doi: <https://doi.org/10.1109/POWERENG.2013.6635670>.
- [11] A. Haddoun, M. Benbouzid, D. Diallo, R. A. J. Jamel, K. Srairi, “Design and implementation of an electric differential for traction application,” *2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, pp. 1–6, 2010, doi: <https://doi.org/10.1109/VPPC.2010.5729106>.
- [12] B. Tabbache, A. Kheloui, M. Benbouzid, “An adaptive electric differential for electric vehicles motion stabilization,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 1, pp. 104–110, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/TVT.2022.3157489>.
- [13] Y. Chen, J. Wang, “Design and evaluation on electric differentials for overactuated electric ground vehicles with four independent in-wheel motors,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 4, pp. 1534–1542, 2012, doi: <https://doi.org/10.1109/TVT.2012.2104310>.
- [14] R. N. Tuncay, O. Ustun, M. Yilmaz, C. Gokce, U. Karakaya, “Design and implementation of an electric drive system for in-wheel motor electric vehicle applications,” *2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 2011.
- [15] S. Konduri, E. O. Cobos-Torres, P. R. Pagilla, “Dinámica y control de un robot de accionamiento diferencial con deslizamiento de ruedas: Aplicación a la coordinación de múltiples robots,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 139, no. 1, 2017, doi: <https://doi.org/10.1115/1.4035006>.
- [16] L. Clavero-Ordóñez, J. Fernández-Ramos, A. Gago-Calderón, “Electronic differential system for light electric vehicles with two in-wheel motors,” *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'18)*, pp. 326–329, 2018, doi: <https://doi.org/10.24084/repqj16.417>.
- [17] F. Aghili, “Fault-tolerant torque control of BLDC motors,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 1, pp. 355–363, 2011, doi: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2010.2054112>.
- [18] M. Yıldırım, H. Kurum, “Electronic differential system for an electric vehicle with four in-wheel PMSM,” *2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring)*, 2020.
- [19] F. J. Perez-Pinal, I. Cervantes, A. Emadi, “Stability of electric differential for traction applications,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 8, pp. 3224–3233, 2009, doi: <https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2023754>.

- [20] E. O. Cobos-Torres, S. Konduri, P. R. Pagilla, “Estudio del deslizamiento de las ruedas y las fuerzas de tracción en robots de accionamiento diferencial y estrategia de control para evitar el deslizamiento,” *2014 American Control Conference (ACC)*, 2014.
- [21] Y. P. Yang, X. Y. Xing, “Design of electric differential system for an electric vehicle with dual wheel motors,” *2008 47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4414–4419, 2008.
- [22] A. Aggarwal, “Electronic differential in electric vehicle,” *International Journal of Scientific and Engineering Research*, vol. 4, no. 8, pp. 1322–1330, 2013.
- [23] Y. Zhang, D. Hong, J. Chung, S. Velinsky, “Control de seguimiento robusto basado en un modelo dinámico de un robot móvil con ruedas con dirección diferencial,” *1998 American Control Conference (ACC)*, 1998.
- [24] M. Kalyoncu, F. Demirbaş, “Seguimiento de trayectoria de robot móvil con accionamiento diferencial mediante un controlador de retroceso basado en PID y cinemático,” *Selçuk University Journal of Engineering, Science and Technology*, vol. 5, no. 1, pp. 1–15, 2017.
- [25] D. Koladia, “Mathematical model to design rack and pinion Ackerman steering geometry,” *International Journal of Scientific and Engineering Research*, vol. 5, no. 7, pp. 716–720, 2014.
- [26] A. J. Reséndiz-Barrón, Y. Jiménez-Flores, F. J. García-Rodríguez, A. Medina, D. A. Serrano-Huerta, “Instrumentation of an electronic–mechanical differential for electric vehicles with hub motors,” *World Electric Vehicle Journal*, vol. 16, no. 3, art. 179, 2025, doi: <https://doi.org/10.3390/wevj16030179>.

## Optimización adaptativa de preprocesamiento para la segmentación de la red vascular retiniana

Adaptive Preprocessing Optimization for Retinal Vascular Network Segmentation

Evelyn Berenice **Bautista Coello** <sup>1</sup>

Álvaro **Anzueto Ríos** <sup>2</sup>

Alma Aide **Sánchez Ramírez** <sup>3</sup>

Instituto Politécnico Nacional,  
Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas,  
Ciudad de México  
MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0009-0004-6328-8424 / ebautistac1700@alumno.ipn.mx

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-1627-0323 / laanzuetor@ipn.mx

<sup>3</sup> ORCID: 0009-0003-1852-7775 / aasanchezra@ipn.mx

<https://cientifica.site>

Recibido 03/09/2025, aceptado 05/11/2025.



## Resumen

La segmentación de la red vascular en imágenes de fondo de ojo es un paso importante en el diagnóstico y seguimiento de patologías oftalmológicas y sistémicas, como la retinopatía diabética (RD). Sin embargo, la fiabilidad de los métodos automatizados se ve comprometida por desafíos inherentes a las imágenes, principalmente la iluminación no uniforme, el bajo contraste y la presencia de ruido. Este trabajo propone una metodología para el procesamiento y segmentado automatizado de imágenes de fondo de ojo, abordando estos problemas mediante una estrategia de adaptación y regularización. El método inicia con la extracción del canal verde (G) para maximizar el contraste. Luego, se aplica un filtro gaussiano cuyo parámetro de suavizado ( $\sigma$ ) es optimizado para cada imagen, balanceando la reducción de ruido y la preservación de detalles mediante la Varianza del Laplaciano (VoL) y la Energía de Alta Frecuencia Residual (HFER). Después, se implementa un filtro homomórfico para corregir la iluminación, ajustando sus parámetros con un algoritmo de Enjambre de Partículas (PSO) y utilizando la entropía de Shannon como función objetivo. Finalmente, el filtro de Frangi resalta las estructuras tubulares, seguido de una binarización controlada. El método fue validado en las bases de datos públicas DRIVE y STARE, donde la etapa de optimización homomórfica demostró un incremento consistente en la entropía de la imagen (ej., de 5.7 a 6.2 bits/píxel), mejorando el contraste. La estrategia de preprocesamiento adaptativo propuesta contribuye a mejorar la fiabilidad de la segmentación vascular y, por ende, el diagnóstico de las patologías.

## 2

**Palabras clave:** segmentación de imágenes, fondo de ojo, vasos sanguíneos, filtro homomórfico, PSO.

## Abstract

The segmentation of the vascular network in fundus images is a key step in the diagnosis and monitoring of ophthalmological and systemic pathologies, such as diabetic retinopathy (RD). However, the reliability of automated methods is challenged by inherent image issues, mainly non-uniform illumination, low contrast, and noise. This work proposes a methodology for the automated preprocessing and segmentation of fundus images, addressing these problems through an adaptation and regularization strategy.

The method begins with the extraction of the green channel (G) to maximize contrast. Then, a Gaussian filter is applied, with its smoothing parameter ( $\sigma$ ) optimized for each image by balancing noise reduction and detail preservation using the Variance of Laplacian (VoL) and High-Frequency Energy Residual (HFER). Next, a homomorphic filter is applied to correct illumination, with its parameters dynamically adjusted using a Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, employing Shannon entropy as the objective function. Finally, the Frangi filter is used to enhance tubular structures, followed by controlled binarization. The method was validated on the public DRIVE and STARE databases, where the homomorphic optimization stage showed a consistent increase in image entropy (e.g., from 5.7 to 6.2 bits/pixel), improving contrast. The proposed adaptive preprocessing strategy helps improve the reliability of vascular segmentation and, consequently, the diagnosis of related pathologies.

**Index terms:** image segmentation, fundus eye image, blood vessels, homomorphic filter, PSO.

## I. INTRODUCCIÓN

El ojo es uno de los órganos más complejos, uno de sus elementos más importantes es la retina. Esta es una capa neuronal delgada, sensible a la luz, que se sitúa en la parte posterior del ojo. Se encuentra conectada a una red microvascular responsable de proporcionar nutrientes y eliminar desechos. Además, la retina convierte la luz en señales neuronales para su posterior procesamiento en la corteza visual del cerebro [1], [2].

La red microvascular es, con frecuencia, uno de los primeros sitios donde se manifiestan diversas enfermedades oculares, muchas de ellas asociadas a los vasos sanguíneos. Por esta razón, el análisis de la red vascular de la retina es importante para la detección temprana de diferentes patologías [2]. Algunas de las enfermedades más comunes que se pueden identificar a través de esta red se encuentran el glaucoma, la retinopatía diabética (RD) y diversas afecciones cardiovasculares [1].

La retina representa una región clave para realizar diagnósticos médicos, ya que las enfermedades vinculadas a ella es una de las principales causas de ceguera a nivel mundial. Las variaciones que se observan en la red vascular retiniana pueden servir como indicadores de distintas enfermedades [3].

Las imágenes de fondo de ojo son una herramienta no invasiva con la que se puede observar la red vascular de la retina. Mediante de estas imágenes, es posible analizar atributos morfológicos de los vasos sanguíneos, como el diámetro, la forma, la tortuosidad y la bifurcación, los cuales pueden emplearse para la detección, evaluación y seguimiento de diversas anomalías oculares [3]. No obstante, obtener datos de estas imágenes no es una tarea sencilla dado a que la segmentación manual de los vasos sanguíneos puede resultar lenta y laboriosa. Por lo tanto, se han desarrollado métodos automáticos que buscan acelerar este proceso de análisis sin sacrificar la precisión.

Estos métodos de segmentación automática se han vuelto una parte fundamental en los sistemas de ayuda al diagnóstico por computadora (CAD). La primera etapa en estos sistemas suele ser la segmentación de la red vascular, proceso esencial para el diagnóstico de enfermedades [4]. Sin embargo, este proceso representa un desafío en el procesamiento de imágenes. Entre los problemas más comunes se encuentran la baja visibilidad de los vasos debido al bajo contraste, la ruptura de los vasos en zonas de cruces o bifurcaciones, así como la presencia de artefactos en la imagen como ruido, iluminación no uniforme o desenfoque [5].

Los métodos de segmentación automática para los vasos sanguíneos se dividen en dos: los supervisados y no supervisados. Los métodos supervisados se desarrollan mediante un grupo de muestras de entrenamiento que sirven para extraer el vector propio de las imágenes, lo cual posibilita alcanzar una alta exactitud en la segmentación. Entre los algoritmos de esta clasificación se encuentran las redes neuronales artificiales, las redes neuronales convolucionales (CNN), los bosques aleatorios, entre otros. Sin embargo, requieren grandes volúmenes de datos y largos tiempos de entrenamiento. Por otro lado, los métodos no supervisados se basan principalmente en técnicas de procesamiento de imágenes, las cuales no requieren un conjunto de entrenamiento previo. Estos métodos aprovechan la respuesta de filtros o transformaciones matemáticas para detectar estructuras vasculares de manera más rápida y directa. Ejemplos de estos enfoques incluyen como Modelo mixto gaussiano, fuzzy, c-media, por mencionar algunos ejemplos [6], [7].

Se han publicado diversos artículos sobre segmentación automática de vasos sanguíneos; sin embargo, aún existen áreas de mejora, especialmente en lo referente a la reducción del tiempo de cómputo y a la automatización del proceso. Aunque los métodos supervisados han demostrado una alta precisión en la segmentación, presentan la desventaja de requerir extensos conjuntos de entrenamiento y procesos de aprendizaje prolongados, lo que incrementa

significativamente el costo computacional y limita su aplicación en entornos donde se requiere un procesamiento más ágil y eficiente.

Frente a estos retos, se hace necesario desarrollar soluciones que aborden a la complejidad de las imágenes de la retina y que trabajen bajo diversas condiciones. En esta investigación, se propone un método automatizado no supervisado para la segmentación de vasos sanguíneos en imágenes de fondo de ojo, con el objetivo de mejorar la detección de alteraciones vasculares. Para lograr esto, se utilizó un enfoque basado en un filtro gaussiano adaptable, un filtro homomórfico modificado que trabaja en conjunto de un método metaheurístico, con el fin de seleccionar los parámetros óptimos para la segmentación. Posteriormente, se utilizó el filtro de Frangi y una técnica de binarización para completar el proceso.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección II se presenta la metodología utilizada, donde se explican los fundamentos teóricos de los filtros aplicados, así como cada etapa del desarrollo del sistema. Esta sección incluye el preprocesamiento (conversión a escala de grises, eliminación de ruido con el filtro gaussiano adaptable y corrección de iluminación mediante el filtro homomórfico junto con un método metaheurístico), seguido por la segmentación con el filtro de Frangi y el proceso de binarización. En la Sección III se muestran los resultados mediante esta metodología. Finalmente, en la Sección IV se discuten las conclusiones, los hallazgos principales, las limitaciones y algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

## II. METODOLOGÍA

4

En esta sección se describe el procedimiento para el desarrollo e implementación del algoritmo propuesto como los conceptos teóricos básicos, cuyo propósito principal es mejorar la segmentación de las imágenes mediante un preprocesamiento (nótese en la Fig. 1). El algoritmo está diseñado para mejorar la calidad de la imagen previo a la implementación de métodos de segmentación, lo que facilita una identificación de las estructuras de interés.

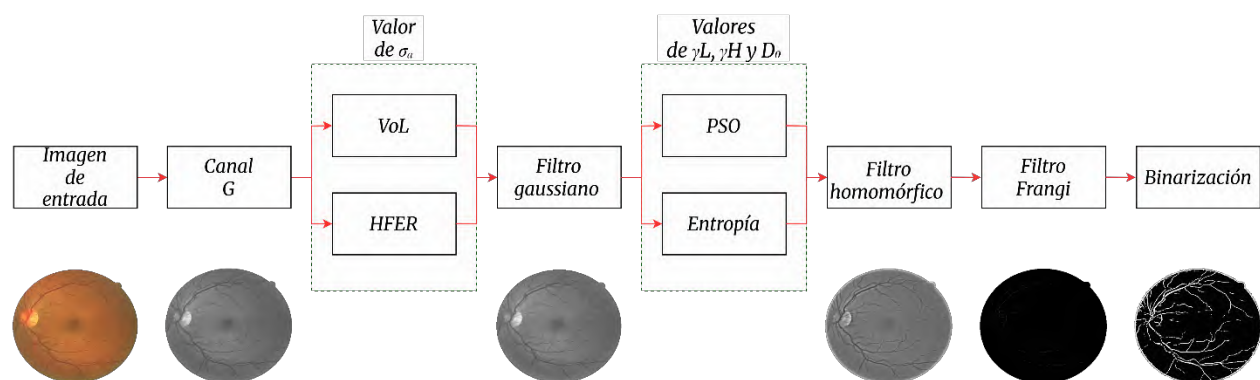


Fig. 1. Diagrama del algoritmo propuesto para la segmentación de la red vascular de la retina en imágenes de fondo de ojo.

### A. Base de datos

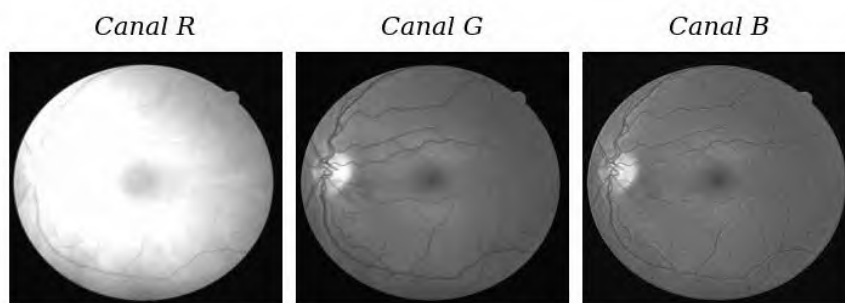
Para la evaluación de la metodología propuesta se emplearon dos bases de datos: STARE y DRIVE. La base STARE, publicada en el año 2000, tiene una resolución de 605×700 píxeles y formato PPM, distribuidas equitativamente entre casos normales y patológicos. Por otro lado, la base DRIVE, lanzada en 2004, con resolución de 768×584 píxeles y en formato JPEG, está dividida en conjuntos de entrenamiento y prueba, y abarcando tanto casos normales como pacientes con retinopatía diabética [3]. En este estudio se consideraron imágenes de ambas categorías normales y con RD, obteniendo un total de 169 imágenes, las cuales fueron estandarizadas a una resolución de 633×595 píxeles y formato JPG para facilitar el procesamiento y análisis comparativo.

### B. Conversión a escala de grises

Las imágenes de fondo de ojo se encuentran en formato RGB, lo que implica que se conforman de tres canales: rojo, verde y azul como se logra apreciar en la Fig. 2 y se describe en la ecuación (1). Dentro de estos, el canal verde (G) sobresale por proporcionar una sensibilidad visual superior al ojo humano, así como un mayor contraste en comparación con los otros dos canales [8].

De acuerdo con [9], donde se implementó una red neuronal profunda basada en U-Net para comparar el desempeño de cada canal en la segmentación de estructuras retinianas, se comprobó que, aunque la combinación de los tres canales aporta información complementaria, el canal verde logra los mejores resultados de manera individual particularmente en la segmentación de los vasos sanguíneos. Por ello, en el presente trabajo se emplea exclusivamente dicho canal para la conversión a escala de grises.

$$I = [I_R I_G I_B] \quad (1)$$



**Fig. 2.** Imágenes correspondientes a los tres canales de color que componen la imagen de fondo de ojo en formato RGB: canal rojo (R), canal verde (G) y canal azul (B).

### C. Filtro gaussiano

En el proceso de adquisición de imágenes de fondo de ojo es habitual que se introduzca ruido. Para resolver este inconveniente, se utiliza el filtro gaussiano, un filtro de pasa bajas que realiza la suavización de la imagen mitigando así el ruido. Esta técnica se basa en la convolución de la imagen con un kernel gaussiano, que se describe en la ecuación (2).

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

En esta ecuación,  $\sigma$  simboliza la desviación estándar de la distribución, mientras que  $x$  e  $y$  son los índices de ubicación relativas al kernel.

El valor de  $\sigma$  determina el nivel de desenfoque que se implementará en el entorno de cada píxel [10]. Por esta razón, se utilizó una metodología particular para elegir el valor ideal de sigma, sustentada en la Varianza del Laplaciano (VoL) y la Energía Alta Frecuencia Residual (HFER).

### 1) Varianza del laplaciano

Hay varias técnicas para establecer si una imagen está borrosa, tales como la Transformada Wavelet de Haar y la Transformada Rápida de Fourier (FFT). No obstante, en este caso se decidió emplear el operador Laplaciano, dado que facilita la identificación de los bordes, es decir, las áreas donde ocurre una variación notable en la intensidad.

El operador Laplaciano es una máscara de segundo orden que permite identificar cambios en la intensidad, como los bordes de los objetos en la imagen. Este operador puede ser categorizado en dos configuraciones principales: una con un valor positivo y otra con un valor negativo.

El operador Laplaciano es un operador escalar diferencial que se utiliza en una función escalar, y se representa a través de la ecuación (3) [11]:

$$\Delta f = \nabla^2 f = \nabla \cdot \nabla f \quad (3)$$

### 2) La Energía de Alta Frecuencia Residual

La energía de una imagen suele calcularse como la suma de los valores de intensidad de los píxeles elevados al cuadrado. El HFER representa la cantidad de la energía total de la imagen original que se ha suprimido durante el proceso de suavizado, y actúa como señal del grado de pérdida de datos de alta frecuencia. El procedimiento para obtener el valor de HREF se ilustra en las ecuaciones (4), (5), (6), (7) en el que el valor  $x, y$  representan las coordenadas espaciales de los píxeles en la imagen.

$$R(x, y) = I_{original}(x, y) - I_{filtrada}(x, y) \quad (4)$$

$$E_R = \sum_{x,y} R(x, y)^2 \quad (5)$$

$$E_O = \sum_{x,y} I_{original}(x, y)^2 \quad (6)$$

$$HREF = \frac{E_R}{E_O} \quad (7)$$

El valor de  $\sigma$  determina el nivel de desenfoque que se implementará en el entorno de cada píxel [7]. Por esta razón, se utilizó un método específico (observe la Fig. 3) para elegir el valor ideal de sigma, sustentada en la VoL y el estudio de HFER.

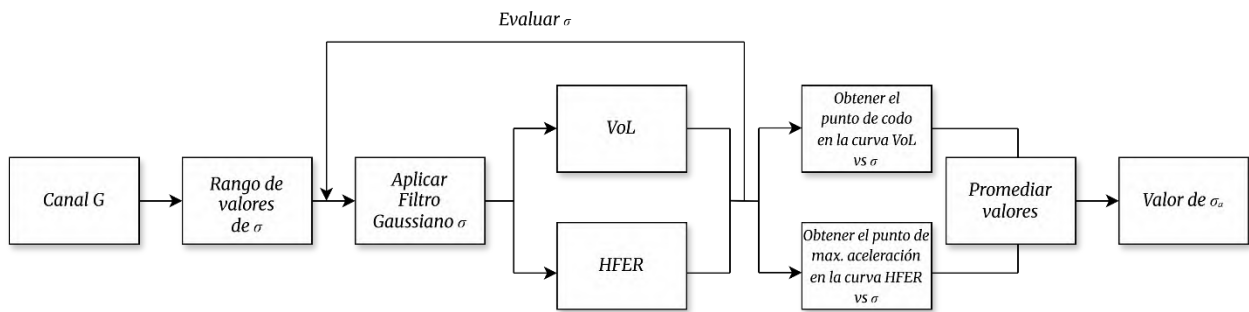


Fig. 3. Metodología empleada para encontrar el valor de  $\sigma_a$ .

7

Para determinar el valor del parámetro  $\sigma$  del filtro gaussiano, se emplearon las métricas de VoL y HFER. Para ello se realizó la evaluación de sigma en la imagen en un rango de 0.2 a 4.1 en pasos de 0.2 y se registraron los valores de HFER y VoL en cada caso (véase Fig. 4). Como se indicó anteriormente, el valor del Laplaciano es una medida para medir el nivel de desenfoque en una imagen, al realizar esta evaluación, se obtiene una curva donde se identifica el punto de codo en la curva (este corresponde al punto donde hay un cambio abrupto). Lo que nos indicará hasta qué punto el valor de  $\sigma$  conserva la imagen sus detalles antes de empezar a desvanecer información relevante.

Por otro lado, utilizando la misma metodología con la métrica HFER ofrece la información de alta frecuencia como detalles finos y ruido que ha sido suprimida por el filtro. Esta medida es efectiva para detectar el punto en el que la tendencia de pérdida de detalle se incrementa rápidamente.

Para elegir el valor final para  $\sigma$ , se tomaron en cuenta ambas métricas: el punto de cambio más elevado registrado por VoL y el valor que representa el cambio más significativo en la HFER. Finalmente, se determinó un promedio entre ambos valores expresado matemáticamente por la ecuación (8), y este resultado se empleó como valor ideal de  $\sigma$ , facilitando de esta manera un balance apropiado entre el suavizado de la imagen y la conservación de sus detalles.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{HFER} + \sigma_{VOL}}{2} \quad (8)$$

Análisis de Sigma para Filtro Gaussiano

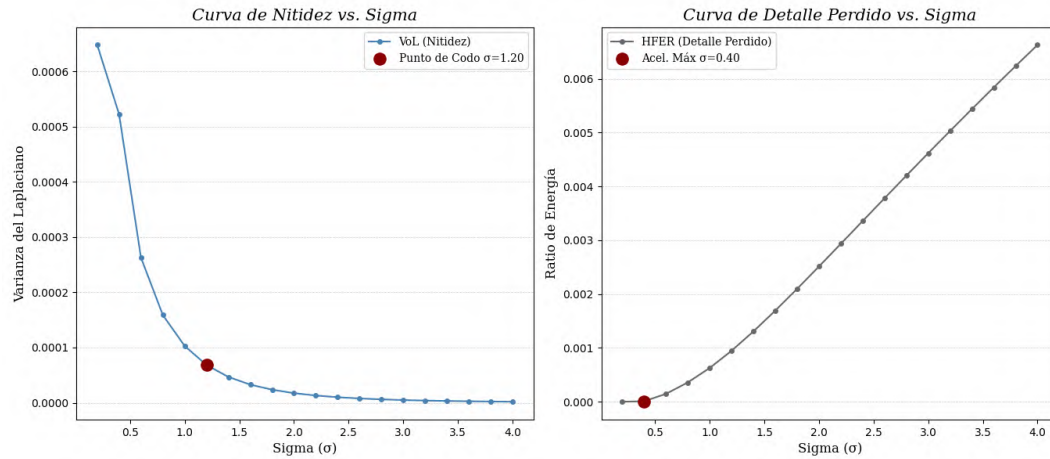


Fig. 4. Gráfico de  $\sigma$  obtenido a partir del grafico HREF y VoL en una imagen.

#### D. Filtro homomórfico

8

El filtro homomórfico es un filtro que trabaja en el dominio de las frecuencias y su metodología consiste en descomponer la imagen en sus dos componentes: la iluminancia y la reflectancia. Su meta principal es mejorar la apariencia de la imagen a través de la distinción de las frecuencias altas y bajas modificándose simultáneamente, lo que permitirá solucionar problemas de iluminación y contrastar los detalles en la imagen. Esto ocurre porque las frecuencias bajas están vinculadas con la información global de la imagen, como la iluminación, en cambio, las frecuencias altas están vinculadas con los detalles.

El procedimiento que lleva a cabo con la modificación de la imagen a través de una función logarítmica, lo que facilita la transformación de la multiplicación de iluminancia y reflectancia en una suma. Así, la imagen puede ser desglosada en un elemento aditivo. Posterior a ello se envía en el dominio de frecuencia a través de la transformada rápida de Fourier, y se aplica un filtro pasa altas. Al pasar por este proceso se regresan a su forma original aplicando la inversa de la transformada rápida de Fourier como una transformación exponencial para obtener la imagen mejorada [12], [13].

En este caso, el filtro pasa altas empleado es el que se muestra en la ecuación (9). Es una versión levemente modificada del filtro pasa altas gaussiano, también denominado GHPF (Gaussian highpass filter). Este filtro, establecido por la ecuación (10) a través de la función  $D(u, v)$  simboliza la separación entre el punto  $(u, v)$  en el dominio de la frecuencia y el centro del rectángulo de la frecuencia  $P \times Q$ . El filtro pasa altas emplea los parámetros  $\gamma_H$  y  $\gamma_L$ , que tienen la tarea de reducir el aporte de las frecuencias bajas (iluminación) y aumentar las frecuencias altas (reflectancia). En consecuencia, se consigue una compresión del espectro dinámico y se potencia el contraste. Estos parámetros se seleccionan de forma que se satisfagan:  $\gamma_H < 1$  y  $\gamma_L$  menor que 1 [13].

$$D(u, v) = \left[ \left( u - \frac{P}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{Q}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

9

9

9

## 9

9

## 9

9

9

9



9

### E. Filtro Frangi

Para resaltar la red vascular de la retina en las imágenes, se utilizó el filtro de Frangi, este filtro es conocido debido a su desempeño para identificar las estructuras tubulares, como los vasos sanguíneos, a través del análisis de la matriz Hessiana de segundo orden.

El fundamento matemático del filtro se basa en el análisis de los autovalores de la matriz Hessiana (véase la ecuación (12)), calculada en cada punto  $x$  de la imagen a través de derivadas de segundo orden aplicadas a una imagen suavizada por una función gaussiana con desviación estándar  $\sigma$ :

$$H_{\sigma}(I, x) = \frac{\partial^2 I_{\sigma}}{\partial x^2} = I(x) * \frac{\partial^2 G_{\sigma}(x)}{\partial x^2} \quad (12)$$

Donde  $I(x)$  es la imagen y  $G_{\sigma}(x)$  es la función gaussiana. A partir de la descomposición de la matriz Hessiana se obtienen los autovalores  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  y sus respectivas direcciones principales, que permiten identificar patrones geométricos como estructuras tipo cilindro, planas o tubulares. La función de similitud vascular, propuesta originalmente por se define en (13) [13].

$$V_{\sigma}^F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } \lambda_2 < 0 \\ \exp\left(-\frac{R_B^2}{2\beta^2}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{S^2}{2c^2}\right)\right), & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (13)$$

En la ecuación (14) el parámetro  $S$  representa el factor de escala, mientras que en la ecuación (13) los valores de  $c$  y  $\beta$  controlan la sensibilidad del filtro. En particular el parámetro  $\beta$  se emplea para regular la sensibilidad asociada al parámetro  $R_B$  (ecuación 15) [16].

$$S = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \quad (14)$$

$$R_B = \frac{|\lambda_1|}{|\lambda_2|} \quad (15)$$

La respuesta total del filtro se calcula tomando el valor máximo de la función vesselness a lo largo de un rango de escalas, tal como se muestra en la ecuación (16) [17]:

$$V^F(x) = \max_{\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}} V_{\sigma}^F(x) \quad (16)$$

En este caso para emplear este filtro se utilizó la biblioteca scikit-image. El filtro `skimage.filters.frangi` fue diseñado para resaltar estructuras lineales oscuras sobre un fondo claro. Este filtro opera mediante un método multiescala, analizando la imagen a distintos niveles de resolución para identificar vasos de diferentes calibres, tal como se plantea en el artículo original [15]. En dicho trabajo se emplean los valores  $\beta = 0.5$ ,  $c = 0.5$  y los valores de sigma en las escalas

1, 3, 5, 7 y 9 para el análisis multiescala, lo que incrementa su estabilidad ante la variabilidad estructural del sistema vascular [18].

## F. Binarización

Se llevó a cabo un procedimiento de binarización en imágenes que habían sido previamente filtradas con el filtro de Frangi, con la finalidad de destacar las estructuras vasculares. En este contexto, se estableció un límite que se basó en el percentil que superaba el 7% de los valores de intensidad, lo que permitió mantener solo los píxeles más claros vinculados a las posibles venas. Posterior a ello se llevó a cabo una fase de limpieza morfológica donde se descartaron pequeños objetos blancos cuya superficie fuera inferior a un límite establecido, con el objetivo de disminuir el ruido binario y mantener solo las estructuras relacionadas a la red vascular. Este método permitió la creación de imágenes binarias con fondo negro y venas en blanco.

## III. RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados con la metodología propuesta. Para ilustrar el procedimiento, se seleccionó una imagen representativa de la base de datos DRIVE se puede apreciar en la Fig. 6 el proceso seguido. El flujo de trabajo inició con la extracción del canal verde (G). Posteriormente se aplicó un filtro gaussiano adaptable, cuyo parámetro se ajustó de manera que se mantuviera un balance: suficiente suavizado para reducir ruido sin llegar a difuminar en exceso los detalles vasculares. Dicho valor variaba de una imagen a otra, se puede decir que este tipo de filtro se puede adaptar a la imagen.

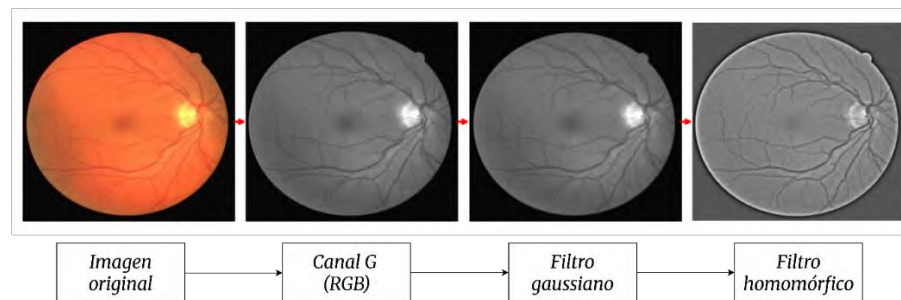


Fig. 6. Imagen representativa al efectuar el preprocesamiento propuesto.

En una segunda etapa se empleó un filtro homomórfico con el objetivo de realzar el contraste y corregir las variaciones de iluminación características de las imágenes de fondo de ojo. Para optimizar sus parámetros se utilizó la entropía como función objetivo, en combinación con un algoritmo PSO. El enjambre consistió en 30 partículas evaluadas durante un máximo de 50 iteraciones. En la Tabla 1 se presentan los valores finales seleccionados para  $\gamma_H$ ,  $\gamma_L$  y  $D_0$ , tras el proceso de optimización. El efecto de este procesamiento se puede apreciar en la imagen de la Fig. 7: en la que se muestra el histograma del filtro gaussiano y, después del filtro homomórfico, la redistribución de intensidades en escala de grises con menor dispersión se interpreta como una compresión del rango tonal lo que indica una mejora en la calidad visual de la imagen. Cuantificando la entropía inicial de la imagen y posterior al filtro paso de un valor 5.7 a 6.2 bit/píxel.

TABLA 1  
PARÁMETROS DEL FILTRO HOMOMÓRFICO

| $\gamma_H$ | $\gamma_L$ | $D_0$ |
|------------|------------|-------|
| 0.249      | 1.241      | 20    |

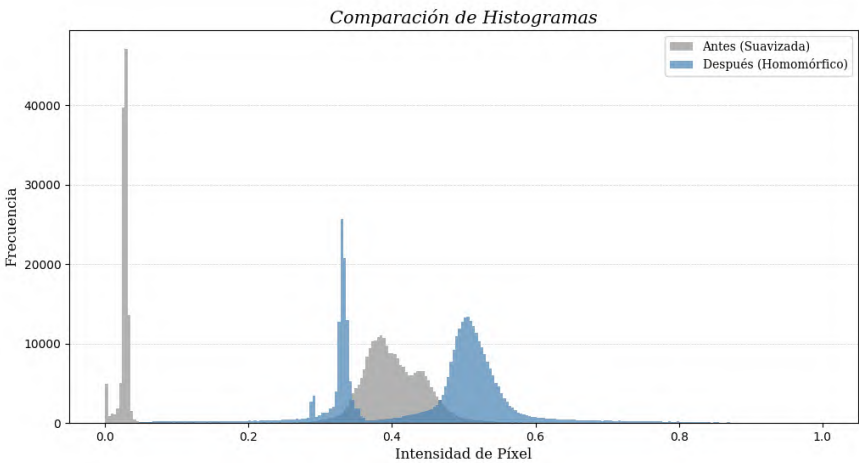


Fig. 7. Histograma antes y después del filtrado homomórfico en la imagen representativa.

Se analizó la base de datos completa para evaluar con mayor precisión el efecto del filtro (véase la Fig. 8). Como puede observarse, los valores de entropía se modificaron de manera consistente, lo cual se refleja en el cambio de la distribución en escala de grises: las imágenes mejoraron en calidad sin llegar a oscurecerse.

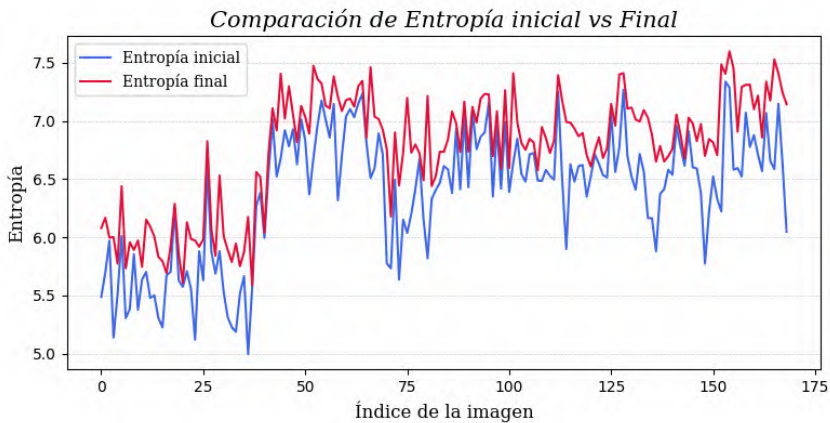
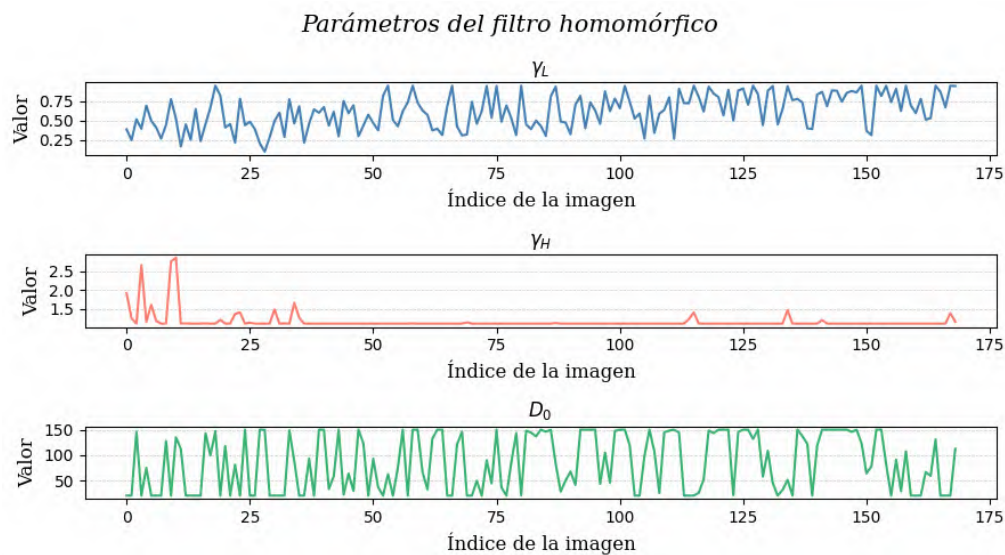


Fig. 8. Efecto del filtro homomórfico en la base de datos.

Este incremento en la entropía se debe a la adecuada selección de los parámetros del filtro homomórfico específicamente las variables  $\gamma_H$ ,  $\gamma_L$  y  $D_0$  los cuales cambiaron dinámicamente para cada imagen. Como se muestra en la Fig. 9, estos parámetros fueron ajustados individualmente, lo que posibilitó el máximo incremento de la entropía de salida. Este resultado indica que la estrategia empleada logro un incremento en el contraste y en la distribución de datos en las imágenes procesadas. El aumento en la entropía favoreció una mejor diferenciación entre las estructuras vasculares y el fondo retiniano, lo que permitió identificar un mayor número de píxeles pertenecientes a los vasos. En consecuencia, la sensibilidad clínica aumentó al detectar con mayor precisión las estructuras vasculares.



**Fig. 9.** Parámetros  $\gamma_H$ ,  $\gamma_L$  y  $D_0$  del filtro pasa-altas del filtro homomórfico aplicado a todas las imágenes.

Después de realizar la etapa de preprocesamiento con el filtro gaussiano adaptable y el filtro homomórfico optimizado, se implementó el filtro de Frangi con la finalidad de resaltar las estructuras vasculares en las imágenes de fondo de ojo. Posteriormente, se llevó a cabo una binarización por umbral adaptativo, seleccionando un porcentaje de los píxeles con mayor respuesta a la convolución, con el objetivo de separar claramente la red vascular del fondo de la imagen.

En las Figs. 10 y 11 se presentan los resultados obtenidos mediante esta metodología para las bases de datos STARE y DRIVE. Se utilizaron imágenes tanto normales como con presencia de patología (RD). En el caso de la base de datos DRIVE, la binarización logró detectar correctamente la red vascular, incluso en imágenes con RD, aunque con ciertos problemas. Esto se debe a que en las imágenes con RD contiene elementos irregulares, lo cual dificulta la detección por parte del filtro Frangi que está enfocado para formas tubulares bien definidas.

Por el contrario, la base de datos STARE presentó resultados más limitados. La calidad general de las imágenes es menor en comparación con DRIVE, lo que afecta directamente el desempeño del proceso de segmentación. Además, se observó que, al igual que en DRIVE, las imágenes con patología presentan dificultades adicionales debido a que las estructuras vasculares pierden su morfología lineal esperada, reduciendo así la eficacia del filtrado y la binarización.

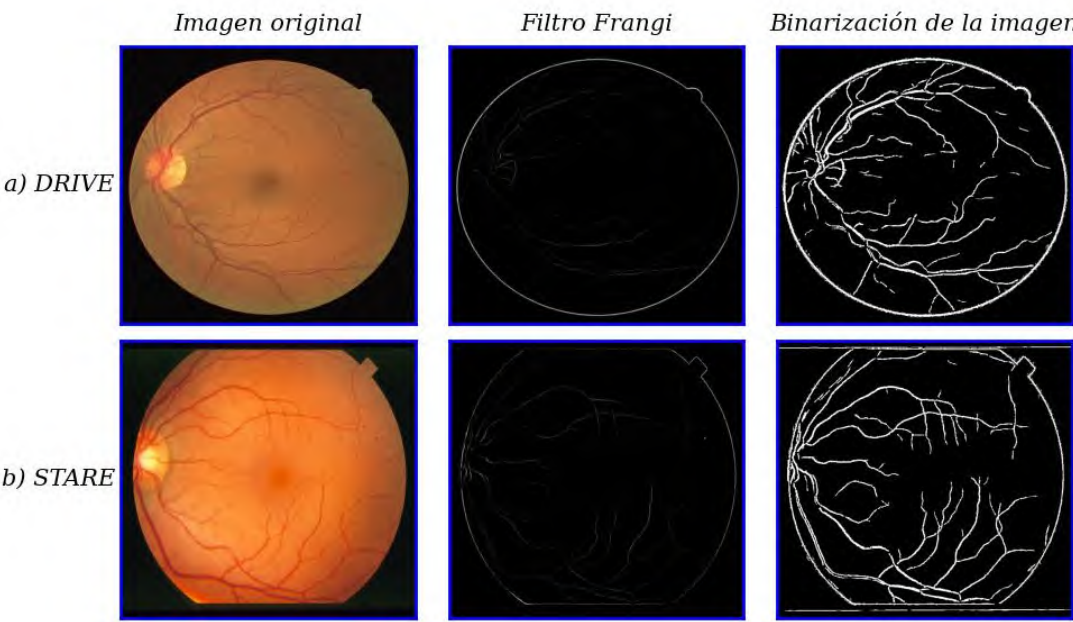


Fig. 10. Segmentación de la red vascular en imágenes de fondo de ojo sin anomalías, obtenida mediante el método propuesto: a) Base de datos DRIVE, b) Base de datos STARE.

14

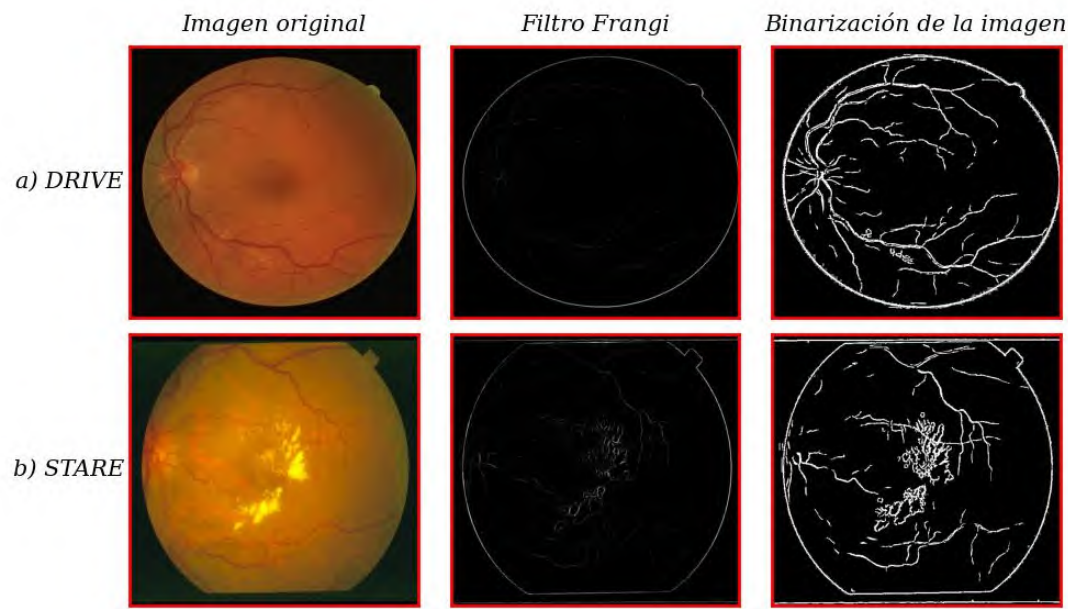


Fig. 11. Segmentación de la red vascular en imágenes de fondo de ojo con RD, obtenida mediante el método propuesto: a) Base de datos DRIVE, b) Base de datos STARE.

#### IV. LIMITACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Si bien el método propuesto mostró resultados satisfactorios en la segmentación de los vasos principales, aún presenta ciertas limitaciones que es importante considerar. Los vasos más prominentes se identificaron correctamente con este método, mientras que los vasos más delgados en algunos casos no lograron detectarse adecuadamente. A pesar de los avances en la segmentación automática de vasos retinianos, los métodos presentan dificultades cuando se aplican a imágenes de baja calidad. Este fue el caso al aplicar el método propuesto en las imágenes de la base de datos STARE, ya que, a diferencia de las de DRIVE, estas presentaban poco contraste e iluminación irregular. Por lo tanto, la calidad de la imagen es un aspecto importante a destacar para la correcta aplicación de este método. En cuanto a las imágenes que contenían patologías, como exudados y lesiones, si bien se realizó la segmentación, el método no las manejó de manera adecuada, lo que representó un factor que complicó el proceso de segmentación.

Dada su simplicidad y bajo costo computacional, la estrategia propuesta es adecuada como herramienta de apoyo en la evaluación preliminar de las imágenes en entornos clínicos donde la eficiencia es prioritaria, y puede aportar imágenes vasculares segmentadas que sirven de apoyo a la lectura clínica, sin requerir entrenamiento ni infraestructura especializada. No obstante, su desempeño disminuye en imágenes con bajo contraste u iluminación irregular o con lesiones como exudados, hemorragias, entre otros. Por ello, su uso se recomienda emplearse en etapas iniciales o complementaria a métodos más complejos como lo son las redes neuronales. Esta combinación de preprocesamiento y segmentación seguida de análisis avanzado o revisión clínica que permite equilibrar la rapidez y eficiencia con la necesidad de robustez en escenarios reales.

15

#### V. CONCLUSIONES

Los resultados encontrados en este trabajo muestran un efecto positivo en cada etapa del procesamiento para la mejora de la calidad de la segmentación vascular en las imágenes de fondo de ojo. Primero, el uso de un filtro gaussiano adaptativo por imagen ayudó a mejorar la nitidez sin dañar la eliminación de ruido lo que es clave para mantener la integridad de los vasos sanguíneos para etapas posteriores.

En segundo lugar, la aplicación del filtro homomórfico mejorado contribuyó al aumento en la entropía de las imágenes, mostrado por una mejor repartición de tonos grises y un aumento del contraste de los vasos sanguíneos. Este cambio fue importante para facilitar la detección posterior de zonas específicas.

Finalmente, el filtro de Frangi, con la ayuda de la binarización se obtuvo una segmentación adecuada en la mayoría de los casos, sobre todo en imágenes correspondientes a la base de datos DRIVE. Si bien se presentaron desafíos en imágenes con patologías avanzadas o baja resolución como algunas de la base STARE, el método logró mantener un desempeño aceptable, resaltando las regiones vasculares más prominentes.

Como recomendaciones futuras del trabajo se sugiere utilizar técnicas complementarias con estructuras vasculares atípicas o de baja calidad como enfoques basados en aprendizaje profundo que permitan identificar patrones no lineales y adaptarse mejor a variaciones patológicas. También se aconseja incorporar métricas adicionales, así como validar las propuestas en bases de datos mas amplios y diversos.

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: **EBBC**; Metodología: **AAR, EBBC, AASR**; Software: **EBBC, AAR**; Investigación: **EBBC, AAR**; Redacción y preparación del borrador original: **EBBC**; Redacción, revisión y edición: **AASR, AAR**; Supervisión: **AASR, AAR**; Análisis formal: **AAR, EBBC**; Administración del proyecto: **AAR**; Adquisición de fondos: No aplica.

**Financiamiento:** Los autores declaran que este trabajo fue desarrollado de forma académica.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen a la Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas del IPN por el respaldo institucional y académico durante el desarrollo del proyecto.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] M. D. Abràmoff, M. K. Garvin, M. Sonka, "Retinal Imaging and Image Analysis," *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, vol. 3, pp. 169–208, 2010, doi: [10.1109/RBME.2010.2084567](https://doi.org/10.1109/RBME.2010.2084567)
- [2] S. Yu, V. Lakshminarayanan, "Fractal Dimension and Retinal Pathology: A Meta-Analysis," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 5, Art. no. 5, Jan. 2021, doi: [10.3390/app11052376](https://doi.org/10.3390/app11052376)
- [3] K. B. Khan *et al.*, "A review of retinal blood vessels extraction techniques: challenges, taxonomy, and future trends," *Pattern Anal Applic*, vol. 22, no. 3, pp. 767–802, Aug. 2019, doi: [10.1007/s10044-018-0754-8](https://doi.org/10.1007/s10044-018-0754-8)
- [4] S. Dubey, M. Dixit, "Recent developments on computer aided systems for diagnosis of diabetic retinopathy: a review," *Multimed Tools Appl*, vol. 82, no. 10, pp. 14471–14525, Apr. 2023, doi: [10.1007/s11042-022-13841-9](https://doi.org/10.1007/s11042-022-13841-9)
- [5] M. R. K. Mookiah *et al.*, "A review of machine learning methods for retinal blood vessel segmentation and artery/vein classification," *Medical Image Analysis*, vol. 68, p. 101905, Feb. 2021, doi: [10.1016/j.media.2020.101905](https://doi.org/10.1016/j.media.2020.101905)
- [6] A. Khandouzi, A. Ariaifar, Z. Mashayekhpour, M. Pazira, Y. Baleghi, "Retinal Vessel Segmentation, a Review of Classic and Deep Methods," *Ann Biomed Eng*, vol. 50, no. 10, pp. 1292–1314, Oct. 2022, doi: [10.1007/s10439-022-03058-0](https://doi.org/10.1007/s10439-022-03058-0)
- [7] W. Wang, W. Wang, Z. Hu, "Retinal vessel segmentation approach based on corrected morphological transformation and fractal dimension," *IET Image Processing*, vol. 13, no. 13, pp. 2538–2547, Nov. 2019, doi: [10.1049/iet-ipr.2018.5636](https://doi.org/10.1049/iet-ipr.2018.5636)
- [8] O. Ramos-Soto *et al.*, "An efficient retinal blood vessel segmentation in eye fundus images by using optimized top-hat and homomorphic filtering," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 201, p. 105949, Apr. 2021, doi: [10.1016/j.cmpb.2021.105949](https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2021.105949)
- [9] S. Biswas, M. I. A. Khan, M. T. Hossain, A. Biswas, T. Nakai, J. Rohdin, "Which Color Channel Is Better for Diagnosing Retinal Diseases Automatically in Color Fundus Photographs?," *Life*, vol. 12, no. 7, p. 973, Jul. 2022, doi: [10.3390/life12070973](https://doi.org/10.3390/life12070973)
- [10] S. Misra, Y. Wu, "Chapter 10 - Machine learning assisted segmentation of scanning electron microscopy images of organic-rich shales with feature extraction and feature ranking," in *Machine Learning for Subsurface Characterization*, S. Misra, H. Li, J. He, Eds., Gulf Professional Publishing, 2020, pp. 289–314. doi: [10.1016/B978-0-12-817736-5.00010-7](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817736-5.00010-7)
- [11] R. Bansal, G. Raj, T. Choudhury, "Blur image detection using Laplacian operator and Open-CV," in *2016 International Conference System Modeling & Advancement in Research Trends (SMART)*, Moradabad, India, Nov. 2016, pp. 63–67. doi: [10.1109/SYSMART.2016.7894491](https://doi.org/10.1109/SYSMART.2016.7894491)

- [12] Á. Chavarín, E. Cuevas, O. Avalos, J. Gálvez, M. Pérez-Cisneros, “Contrast Enhancement in Images by Homomorphic Filtering and Cluster-Chaotic Optimization,” *IEEE Access*, vol. 11, pp. 73803–73822, 2023, doi: [10.1109/ACCESS.2023.3287559](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3287559)
- [13] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 4th ed., Harlow, Essex, England: Pearson, 2018.
- [14] D.-Y. Tsai, Y. Lee, E. Matsuyama, “Information Entropy Measure for Evaluation of Image Quality,” *J Digit Imaging*, vol. 21, no. 3, pp. 338–347, Sep. 2008, doi: [10.1007/s10278-007-9044-5](https://doi.org/10.1007/s10278-007-9044-5)
- [15] A. F. Frangi, W. J. Niessen, K. L. Vincken, M. A. Viergever, “Multiscale vessel enhancement filtering,” in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention — MICCAI’98*, W. M. Wells, A. Colchester, and S. Delp, Eds., Berlin, Heidelberg: Springer, 1998, pp. 130–137. doi: [10.1007/BFb0056195](https://doi.org/10.1007/BFb0056195)
- [16] A. Khawaja, T. M. Khan, K. Naveed, S. S. Naqvi, N. U. Rehman, S. Junaid Nawaz, “An Improved Retinal Vessel Segmentation Framework Using Frangi Filter Coupled with the Probabilistic Patch Based Denoiser,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 164344–164361, 2019, doi: [10.1109/ACCESS.2019.2953259](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2953259).
- [17] D. Jimenez-Carretero, A. Santos, S. Kerkstra, R. D. Rudyanto, M. J. Ledesma-Carbayo, “3D Frangi-based lung vessel enhancement filter penalizing airways,” in *2013 IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging*, San Francisco, CA, USA, Apr. 2013, pp. 926–929. doi: [10.1109/ISBI.2013.6556627](https://doi.org/10.1109/ISBI.2013.6556627)
- [18] A. Khawaja, T. M. Khan, K. Naveed, S. S. Naqvi, N. U. Rehman, S. Junaid Nawaz, “An Improved Retinal Vessel Segmentation Framework Using Frangi Filter Coupled With the Probabilistic Patch Based Denoiser,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 164344–164361, 2019, doi: [10.1109/ACCESS.2019.2953259](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2953259)

## Diseño de un circuito integrado CMOS para codificador de prioridad de 8 a 3 líneas

Design of a CMOS Integrated Circuit for an 8-to-3 Line Priority Encoder

<https://cientifica.site>

Rosaura **Olvera Martínez**<sup>1</sup>  
Juan Pablo **Ocampo Flores**<sup>2</sup>  
José Luis **González Vidal**<sup>3</sup>  
Heberto **Gómez Pozos**<sup>4</sup>  
Juan José **Raygoza Panduro**<sup>5</sup>

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Hidalgo, MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0009-0000-2683-9144 / ol447981@uaeh.edu.mx

<sup>2</sup> ORCID: 0009-0006-6988-5291 / oc384357@uaeh.edu.mx

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0001-9482-0875 / jlvidal@uaeh.edu.mx

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0001-8867-8534 / gpozos@uaeh.edu.mx

Universidad de Guadalajara, Jalisco, MÉXICO

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0002-8567-4981 / jlvidal@uaeh.edu.mx

juan.rpanduro@academicos.udg.mx

Recibido 08/07/2025, aceptado 10/11/2025.



## Resumen

El presente trabajo consiste en el diseño de un codificador de prioridad (priority encoder) en un circuito integrado (CI) con tecnología CMOS, basado en el chip 74LS148 de Texas Instruments (TI). Éste es un circuito digital muy utilizado especialmente en el diseño de sistemas digitales y microprocesadores. Su función principal es convertir múltiples entradas activas en una salida binaria representativa, dando prioridad jerárquica a las entradas. También se considera como un bloque fundamental, debido a su capacidad de gestionar múltiples eventos simultáneamente y decidir cuál de ellos se debe atender primero. El chip propuesto fue diseñado con la herramienta L-Edit de Mentor Graphics, junto con todos los cálculos necesarios para poder establecer el ancho (W) y la longitud (L) del canal de los transistores diseñados, todo esto para poder implementar un CI de un decodificador con un consumo menor de potencia y un rango más amplio de operación. Con el desarrollo de este chip se busca fomentar la independencia tecnológica del país. La tecnología CMOS por sus siglas en inglés Complementary Metal Oxide Semiconductor, está basada en transistores de efecto de campo que, con el paso de los años ha ganado popularidad en los circuitos integrados (CI), su característica principal es el bajo consumo de potencia, la velocidad de conmutación y alta inmunidad al ruido.

**Palabras clave:** circuitos integrados, CMOS, codificador.

## Abstract

The aim of this work is the design of a priority encoder in an integrated circuit (IC) with CMOS technology, based on the Texas Instruments (TI) 74LS148 chip. This digital circuit is widely used, especially in the design of digital systems and microprocessors. Its main function is to convert multiple active inputs into a representative binary output, hierarchically prioritizing the inputs. It is considered a fundamental building block, due to its ability to handle multiple events simultaneously and decide which one should be attended to first. The proposed chip was designed using the L-Edit tool from Mentor Graphics, along with all the necessary calculations to determine both channel width (W) and length (L) of the designed transistors, to implement a decoder IC with lower power consumption and a wider operating range. Furthermore CMOS (complementary metal-oxide-semiconductor) technology is based on field-effect transistors, which, over time, have gained popularity in integrated circuits (ICs). Its main features are low power consumption, switching speed and high noise immunity.

**Index terms:** integrated circuits, CMOS, encoder.

## I. INTRODUCCIÓN

En la industria de los semiconductores a nivel mundial la tecnología TTL es la más utilizada, como un consumo de potencia media además de ser una opción de bajo costo. A pesar de eso la tecnología Metal Óxido Semiconductor complementario (CMOS) ha ganado relevancia con el paso del tiempo, por sus amplias ventajas entre las que se encuentran menor consumo de energía, mayor tolerancia al ruido, diseño mucho más sencillo y conmutación con mayor rapidez.

Los transistores MOS (Metal Óxido Semiconductor) son dispositivos semiconductores formados por un sustrato de silicio dopado, sobre el cual se hace crecer una capa de óxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ). Los elementos se conectan con dos terminales metálicas llamadas sustrato (Bulk) y la compuerta (Gate). La estructura se compara con un condensador de placas paralelas, en donde se reemplaza una de las placas por el silicio semiconductor del sustrato, y la otra por un metal. Mas no tiene una estructura de unión pn; en cambio, la compuerta del MOSFET está aislada del canal mediante una capa de  $\text{SiO}_2$  [1], [2].

Hay dos tipos de transistores MOS: PMOS (MOS tipo p o canal p) y NMOS (MOS tipo n o canal n). Por consiguiente, un MOS canal n requiere un voltaje positivo de compuerta a fuente  $V_{gs}$  y un MOS canal p requiere un voltaje negativo de compuerta a fuente  $-V_{gs}$ . La Fig. 1 muestra las curvas características de transferencias general para ambos tipos de MOSFET.

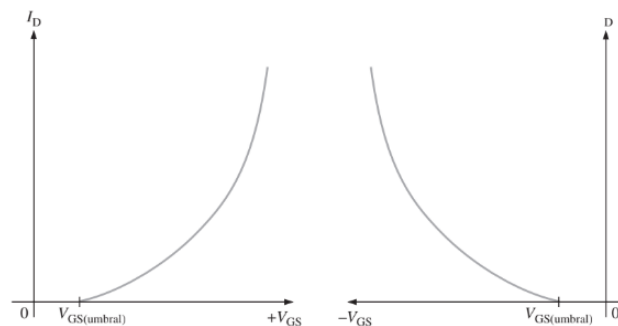


Figura 1. Curvas de la característica de transferencia general de un MOSFET.

La principal característica de los CMOS consiste en el conjunto de transistores de tipo PMOS y NMOS configurados de tal manera que, en estado de reposo, el consumo de energía es debido a las corrientes parásitas. [3], [4], [5].

El 74LS148 de Motorola® es un Codificador prioritario de 8 a 3 líneas que se utiliza como registro de 8 bits. Cuenta con 8 entradas de datos, una entrada de reloj, una entrada de habilitación y ocho salidas que representan los datos almacenados en el registro, el diagrama esquemático del 74LS148 se muestra en la Fig. 2, y la tabla 1 muestra su tabla de verdad [6], [7], [8].

Los codificadores de prioridad se utilizan principalmente en el control de sistemas digitales para gestionar entradas que pueden ocurrir simultáneamente, seleccionando y procesando la de mayor prioridad. Sus aplicaciones más importantes pueden ser controladores de interrupciones en microprocesadores, codificación de teclado, sistemas de comunicación, conversión analógica a digital, sistemas domóticos y de monitoreo, gestión de recursos.

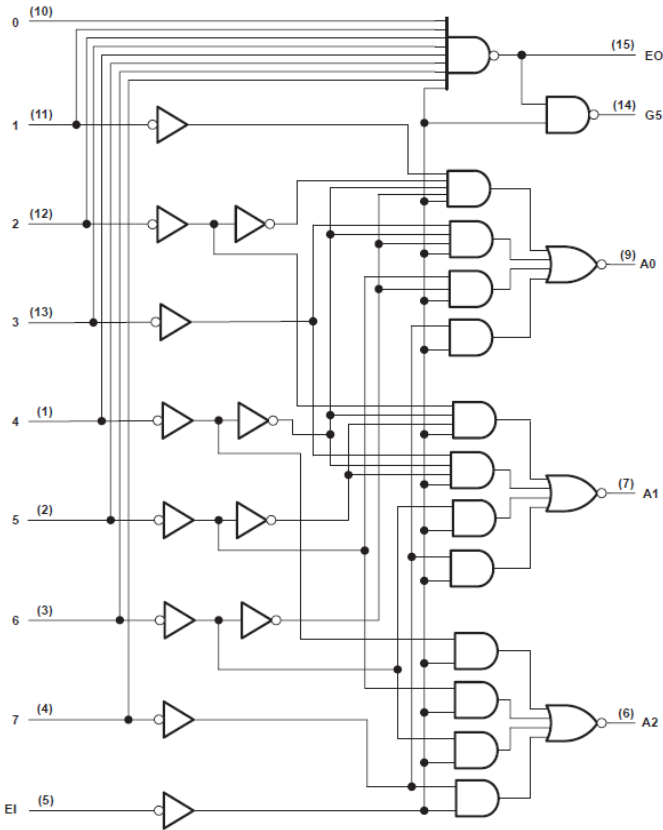


Figura 2. Diagrama Lógico del 74LS148.

TABLA 1  
TABLA DE VERDAD DEL 74LS148.

| Entradas |   |   |   |   |   |   |   |   | Salidas |    |    |    |    |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|----|----|----|----|
| EI       | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | A2      | A1 | A0 | GS | EO |
| H        | X | X | X | X | X | X | X | X | H       | H  | H  | H  | H  |
| L        | H | H | H | H | H | H | H | H | H       | H  | H  | H  | L  |
| L        | X | X | X | X | X | X | X | L | L       | L  | L  | L  | H  |
| L        | X | X | X | X | X | L | H | H | L       | H  | L  | L  | H  |
| L        | X | X | X | X | L | H | H | H | L       | H  | H  | L  | H  |
| L        | X | X | X | L | H | H | H | H | H       | L  | L  | L  | H  |
| L        | X | X | L | H | H | H | H | H | H       | L  | H  | L  | H  |
| L        | X | L | H | H | H | H | H | H | H       | H  | L  | L  | H  |
| L        | L | H | H | H | H | H | H | H | H       | H  | H  | L  | H  |

H = Nivel lógico alto, L = Nivel lógico bajo, X = No importa

El propósito del este trabajo es la implementación de compuertas lógicas AND, NAND, NOR, NOT y BUFFER NEGADO con tecnología CMOS para su utilización en el circuito integrado 74LS148 mejorando el consumo de este.

## II. DESAROLLO

### A. Ecuaciones

Las siguientes ecuaciones se emplearon para poder determinar la L y W para poder calcular las corrientes de drenador-fuente ( $I_{DS}$ ) de los transistores NMOS y PMOS para las compuertas lógicas utilizadas; primeramente, se debe de conocer el voltaje de umbral de ambos transistores siendo (1) para NMOS y (2) para PMOS. Las variables calculadas son  $V_{TH}$ ,  $V_{THP}$ ,  $\phi_b$ ,  $C_{ox}$ ; las variables propuestas son  $V_{FB}$ ,  $N_A$ ,  $N_D$ ,  $T$ ,  $t_{ox}$  y, las constantes utilizadas  $k$ ,  $q$ ,  $n_i$ ,  $\epsilon_{si}$ ,  $\epsilon_{SiO2}$ .

$$V_{THN} = V_{FB} + 2\phi_{bn} + \frac{\sqrt{2\epsilon_{si}qN_A2\phi_{bn}}}{C_{ox}} \quad (1)$$

$$V_{THP} = V_{FB} - |2\phi_{bp}| - \frac{\sqrt{2\epsilon_{si}qN_D|2\phi_{bp}|}}{C_{ox}} \quad (2)$$

$$\phi_b = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} \quad (3)$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{SiO2}}{t_{ox}} \quad (4)$$

Donde:

$V_{TH}$ : Voltaje de umbral  
 $\phi_b$ : Potencial del substrato  
 $V_{FB}$ : Voltaje de banda plana (-0.9V para (1) y -0.2V para (2))  
 $\epsilon_{si}$ : Permitividad del silicio ( $1.06 \cdot 10^{-12}$  F/cm)  
 $q$ : Carga del electrón ( $1.6 \cdot 10^{-19}$  C)  
 $N_A$ : Densidad de las impurezas aceptoras  
 $N_D$ : Densidad de las impurezas donadoras  
 $C_{ox}$ : Capacitancia del óxido de compuerta  
 $k$ : Constante de Boltzmann ( $1.381 \cdot 10^{-23}$  J/K)  
 $T$ : Temperatura en grados Kelvin  
 $n_i$ : Concentración intrínseca del silicio ( $1.5 \cdot 10^{-12}$  F/cm)  
 $\epsilon_{SiO2}$ : Permitividad del óxido de silicio ( $3.4554 \cdot 10^{-13}$  F/cm)  
 $t_{ox}$ : Espesor del aislante de la compuerta

Una vez definidas las fórmulas se procedió a sustituir los valores. Para esto  $N_A$  y  $N_D$  se fijan en  $1.1 \cdot 10^{16}$  cm y el  $t_{ox}$  de 65nm que es igual a  $6.5 \cdot 10^{-6}$  cm.

Posteriormente se define el potencial del substrato (3) a una temperatura de 300°K equivalente a 26. 85°C

$$\phi_{bn} = \phi_{bp} = \frac{(1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K})(301.3 \text{ K})}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} * \ln \left( \frac{1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}}{1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}} \right) = 349.7 \text{ mV}$$

Además de esto se tiene que calcular la capacitancia del óxido de la compuerta con la ecuación (4)

$$C_{ox} = \frac{3.4554 \times 10^{-13} \text{ F/cm}^{-3}}{6.5 \mu\text{cm}} = 53.16 \text{ nF/cm}^2$$

Con los resultados anteriores se pueden calcular los voltajes de umbrales de los NMOS (1)

$$V_{THN} = -0.9 \text{ V} + 2(349.7 \text{ mV}) + \frac{\sqrt{2(1.06 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3})(2 * 349.7 \text{ mV})}}{53.16 \text{ nF/cm}^2}$$

$$V_{THN} = 760.35 \text{ mV}$$

Prosiguiendo con el PMOS

$$V_{THP} = -0.2 \text{ V} - 2|349.7 \text{ mV}| - \frac{\sqrt{2(1.06 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}})(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3})|2(349.7 \text{ mV})|}}{53.16 \text{ nF/cm}^2}$$

$$V_{THP} = -1.46 \text{ V}$$

A continuación, se calculan  $\beta_n$ ,  $\beta_p$ ,  $I_{ds}$  e  $I_{sd}$  de los transistores con las siguientes ecuaciones:

$$\beta_n = \frac{\mu_n * \epsilon_{SiO_2} W}{t_{ox} L} \quad (5)$$

$$\beta_p = \frac{\mu_p * \epsilon_{SiO_2} W}{t_{ox} L} \quad (6)$$

$$I_{ds} = \frac{\beta_n (V_{gs} - V_{THN})^2}{2} \quad (7)$$

$$I_{sd} = \frac{\beta_p (V_{sg} - |V_{THP}|)^2}{2} \quad (8)$$

Donde:

$\beta_n$ : Constante Beta para los transistores NMOS

$\beta_p$ : Constante Beta para los transistores PMOS

$\mu_n$ : Movilidad Superficial de los electrones (500 cm<sup>2</sup>/V-sec)

$\mu_p$ : Movilidad Superficial de los huecos (180 cm<sup>2</sup>/V-sec)

$\epsilon_{SiO_2}$ : Permitividad del óxido de silicio (3.454 \* 10<sup>-13</sup> F/cm)

$t_{ox}$ : Espesor del aislante de la compuerta

$W$ : Ancho de la compuerta

$L$ : Largo de la compuerta

$I_{ds}$ : Corriente entre el drenador y la fuente.

$I_{sd}$ : Corriente entre la fuente y el drenador.

$V_{gs}$ : Voltaje de compuerta a fuente

$V_{TH}$ : Voltaje de umbral

$V_{gs}$ : Voltaje compuerta fuente

Para el cálculo de  $\beta_n$  con (5)

$$\beta_n = \frac{\left(\frac{500\text{cm}^2}{V\text{sec}}\right) \left(3.4554 * 10^{-13} \frac{\text{F}}{\text{cm}}\right) W}{6.5\mu\text{cm}} \frac{W}{L}$$

$$\beta_n = 26.58\mu \frac{A}{V^2} \frac{W}{L}$$

Prosiguiendo con el cálculo de  $\beta_p$  con (6) se obtiene:

$$\beta_p = \frac{\left(\frac{180\text{cm}^2}{V\text{sec}}\right) \left(3.4554 * 10^{-13} \frac{\text{F}}{\text{cm}}\right) W}{6.5\mu\text{cm}} \frac{W}{L}$$

$$\beta_p = 9.5688\mu \frac{A}{V^2} \frac{W}{L} \approx 9.57\mu \frac{A}{V^2} \frac{W}{L}$$

7

A continuación, se calcula la  $W$  proponiendo para  $L = 0.5\mu\text{m}$ , un voltaje de  $V_{gs}$  de 5 V y la corriente  $I_{ds}$  de  $85\mu\text{A}$  con (7) para el transistor NMOS

$$I_{ds} = \beta_n \frac{(V_{gs} - V_{THN})^2}{2} = 26.58\mu\text{m} \frac{A}{V^2} \frac{W}{L} \frac{(V_{gs} - V_{THN})^2}{2}$$

$$I_{ds} = 26.58\mu \frac{A}{V^2} \frac{W}{L} \frac{(5V - 760.35\text{mV})^2}{2} = 238.88\mu\text{A} \frac{W}{L} \approx 239\mu\text{A} \frac{W}{L}$$

$$85\mu\text{A} = 239\mu\text{A} \frac{W_n}{0.5\mu\text{m}} \therefore W = \frac{85\mu\text{A}(0.5\mu\text{m})}{239\mu\text{A}}$$

$$W_n = 177.8\text{nm} \approx 0.18\mu\text{m}$$

Para el PMOS se propuso una corriente  $I_{sd}$  de  $100\mu\text{A}$  con  $L$  nuevamente de  $0.5\mu\text{m}$ , junto con el voltaje de  $V_{sg}$  de 5V (8)

$$I_{sd} = 9.57\mu \frac{A}{V^2} \frac{(5V - |-1.46V|)^2}{2} * \frac{W}{L}$$

$$I_{sd} = 59.96\mu\text{A} * \frac{W_p}{L} \therefore W_p = \frac{100\mu\text{A} * 0.5\mu\text{m}}{59.96\mu\text{A}} = 833.889\text{nm}$$

$$W_p \approx 0.83\mu\text{m}$$

B. Comparación de Niveles Lógicos de 5V y 3.3V

A partir de las ecuaciones (7) y (8) se sustituyen los voltajes de  $V_{gs}$  y  $V_{sg}$  a 3.3V para demostrar los consumos más bajos

Para NMOS

$$I_{ds} = 26.58\mu \frac{A}{V^2} \frac{0.18\mu m}{0.5\mu m} \frac{(3.3V - 760.35mV)^2}{2} = 30.8585\mu A \approx 30.86\mu A$$

y PMOS

$$I_{sd} = 9.57\mu \frac{A}{V^2} \frac{(3.3V - |-1.46V|)^2}{2} * \frac{0.83\mu m}{0.5\mu m} = 26.8921\mu A \approx 27\mu A$$

En la tabla 2 se puede ver la comparación entre los diferentes niveles lógicos:

TABLA 2  
CONSUMOS CON NIVELES LÓGICOS DE 5V Y 3.3V.

| Transistor | Voltaje (V) | Corriente (μA) |
|------------|-------------|----------------|
| NMOS       | 5           | 85             |
|            | 3.3         | 30.86          |
| PMOS       | 5           | 100            |
|            | 3.3         | 27             |

Como se puede observar en la tabla anterior el consumo con un voltaje menor es proporcional a la corriente.

C. Prueba del circuito en Multisim®

En esta sección se pueden observar las simulaciones en el software NI Multisim® comprobando que la saturación es correcta con los cálculos. Como se puede comprobar en las Fig. 3 y Fig. 4 los resultados en la simulación son muy prometedores, teniendo una diferencia muy pequeña a los cálculos realizados.

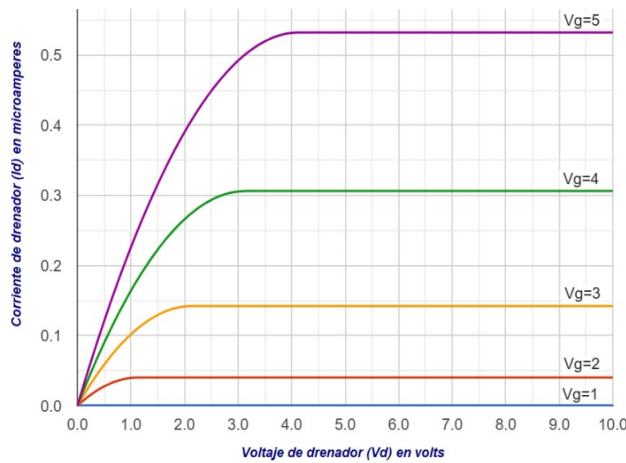


Figura 3. Curvas de la característica de transferencia del NMOS modificado.

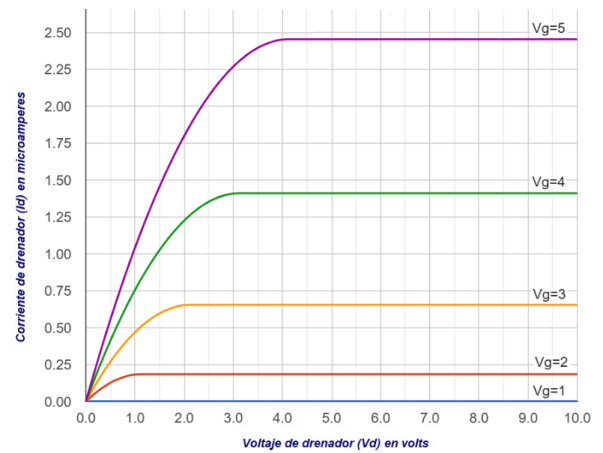


Figura 4. Curvas de la característica de transferencia del PMOS modificado.

9

La Fig. 5 muestra la simulación del CI 74LS148, para este caso los switches S1 y E2 se encuentran abiertos, lo que conduce a que las salidas sean A0=1, A1=0 y A2=1, correspondiente al 2 lógico en lógica invertida, para las salidas GS=0 y SE= 1.

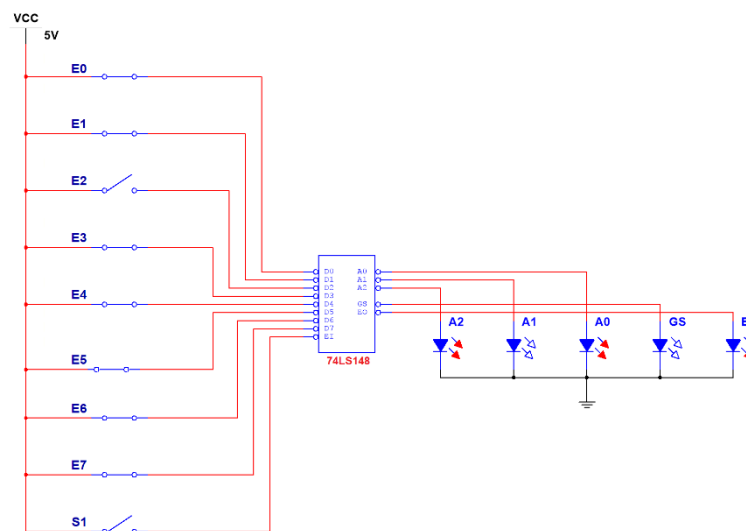


Figura 5. Diagrama esquemático de circuito de prueba del 74LS148.

### III. RESULTADOS

En esta sección se muestran los diseños de los layouts de las compuertas utilizadas internamente por el CI del 74LS148, éstas fueron diseñadas con software de diseño electrónico Tanner EDA de Mentor Graphics.

La fig. 6 se muestra el inversor y un corte transversal a-a, con las diferentes capas de materiales. Para el diseño del circuito integrado se consideró una oblea de silicio tipo p, y los pasos para la fabricación son: primero se implanta un pozo tipo n donde se construirá el transistor PMOS, para crear las zonas de fuente y drenador tipo p, posteriormente se deposita un óxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ) y se graba, el siguiente paso es depositar las regiones tipo n del transistor NMOS, a continuación se deposita otra capa de  $\text{SiO}_2$  y se graba, se deposita la capa de polisilicio o Poly (Poly-Si), que conforma la compuerta de los transistores, encima se depositan otra capa de  $\text{SiO}_2$  y el metal (Metal1), usualmente se utiliza aluminio (Al) para las conexiones eléctricas entre todos los transistores; dependiendo de la densidad del circuito integrado se pueden utilizar varios metales, es decir, varias capas de aluminio, para establecer puentes entre los transistores, finalmente encima de todo el circuito integrado se deposita una última capa de fosfosilicato (PSG) el cual protege el circuito integrado.

También se diseñaron compuertas AND de dos, tres, cuatro y cinco entradas mostradas en la Fig. 7; la compuerta NAND de dos entradas mostrada en la Fig. 8, compuerta NOR de cuatro entradas mostrada en la Fig. 9, un buffer negado mostrado en la Fig. 10 y, finalmente la Fig. 11 muestra el diseño completo de del layout del circuito integrado 74LS148 con transistores de la tecnología CMOS. En la parte derecha se aprecian las entradas de datos del 0 al 7 y la entrada de habilitación EI, por otra parte, a la izquierda se aprecian las salidas E0, GS, A0, A1 y A2. El área del circuito 517.6  $\mu\text{m}$  por 1981.1  $\mu\text{m}$ .

10

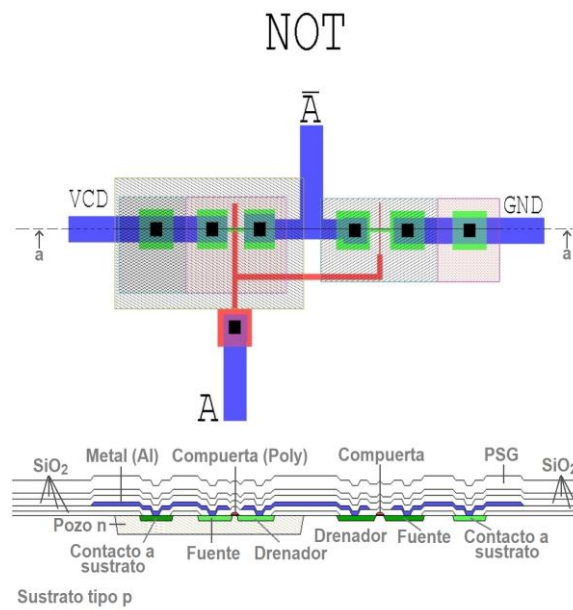
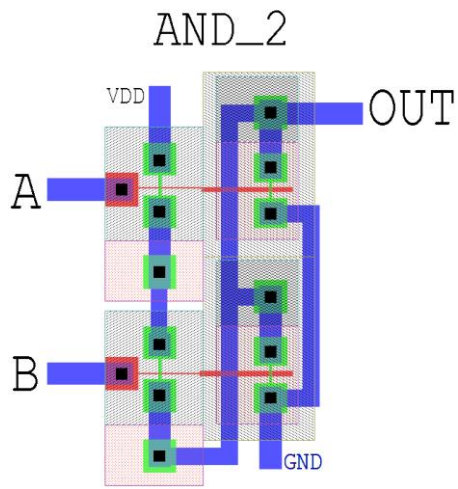
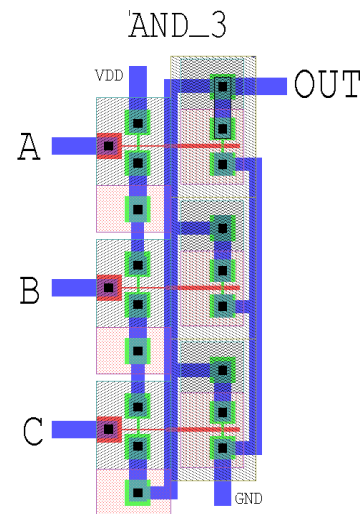


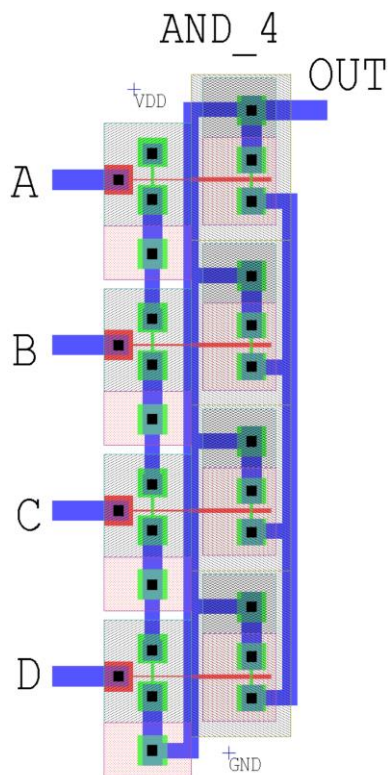
Figura. 6. Compuerta NOT (inversor).



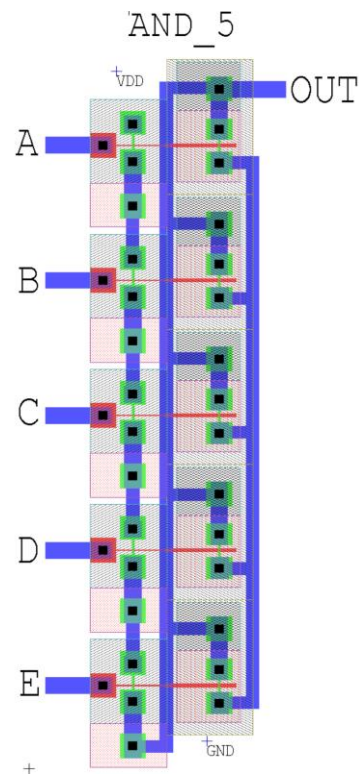
a) Compuerta and con dos entradas.



b) Compuerta and con tres entradas



c) Compuerta and con cuatro entradas



d) Compuerta and con cinco entradas

Figura. 7. Compuertas AND con entradas múltiples.

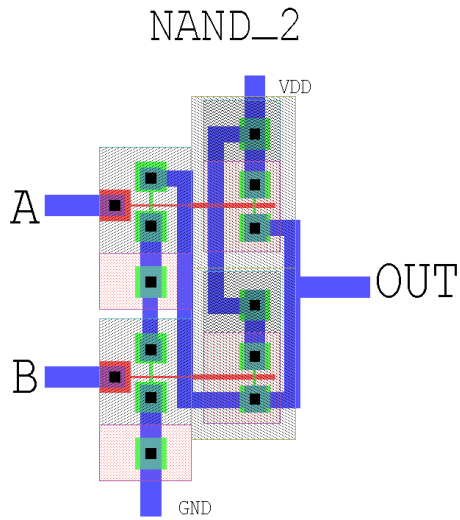


Figura. 8. Compuertas NAND con dos entradas.

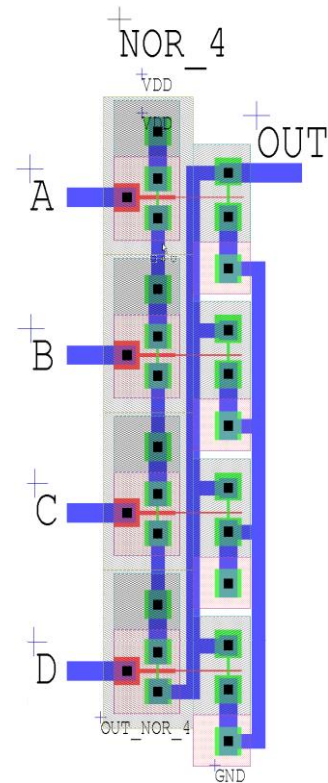


Figura. 9. Compuertas NOR con cuatro entradas.

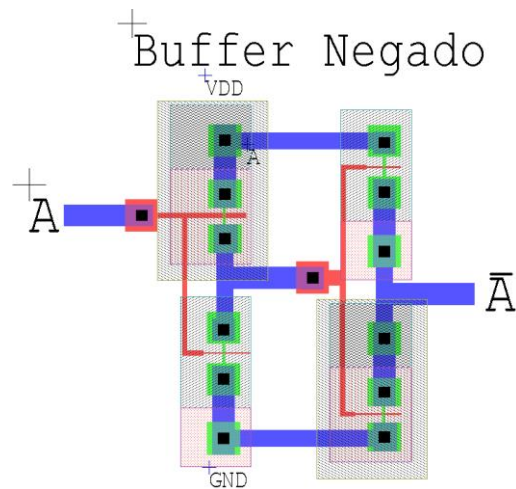


Figura. 10. Buffer negado.

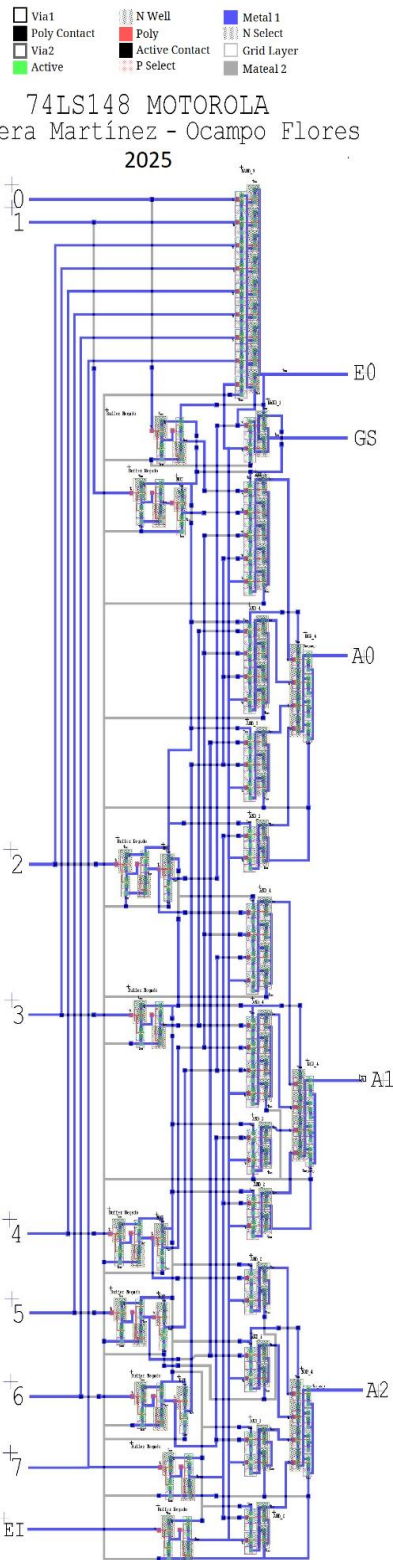


Figura 11. Layout del circuito integrado del 74LS148 completo.

## IV. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se demostraron las ventajas de la tecnología CMOS utilizando el Circuito Integrado 74LS148 de Motorola® hecho a base de tecnología TTL, se diseñaron las compuertas lógicas AND de dos, tres, cuatro y cinco entradas, NAND de dos y nueve entradas, NOR de cuatro entradas, además el Inversor (NOT) y el Buffer negado. Con base a un consumo deseado se realizaron los cálculos para poder llegar a las dimensiones necesarias, dando como resultado los valores de longitud  $L$  y ancho del canal  $W$  y los respectivos voltajes de umbral de los transistores NMOS y PMOS, con una  $L_{n,p}$  de  $0.5 \mu\text{m}$   $W_n = 0.18 \mu\text{m}$  y  $W_p = 0.83 \mu\text{m}$  con voltajes de umbral  $V_{thn} = 730.35\text{mV}$  y  $V_{thp} = -1.46\text{V}$ . Con estas dimensiones se diseñaron las compuertas de manera individual, posteriormente se interconectaron para formar el circuito integrado completo, cuyo layout fue diseñado con la herramienta L-Edit de Mentor Graphics. Además de requerir un mínimo consumo de potencia, el área utilizada es también mucho menor. Dando por área final del circuito 517.6 micras por 1981.1 micras, cabe destacar que es un prototipo. Las simulaciones de las compuertas se realizaron en NI Multisim™ V14.2 de National Instruments. Este tipo de proyectos resultarán útiles para la educación, investigación otras opciones para realizar circuitos integrados o incluso en sistemas embebidos donde su finalidad es optimizar recursos sin comprometer la funcionalidad. Como trabajo futuro se propone la implementación física del diseño.

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: JPOF; Metodología: ROM; Software: JPOF y ROM; Investigación: ROM; Redacción y preparación del borrador original: JLGV; Redacción, revisión y edición: HGP; Supervisión: JJRP; Análisis formal: JJRP y HGP; Administración del proyecto: JLGV; Adquisición de fondos: No aplica.

**Financiamiento:** Los autores declaran que el proyecto fue desarrollado con recursos propios.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen al Laboratorio de Microelectrónica del CEDAI - UAEH.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] Fairchild Semiconductor, *CMOS, the Ideal Logic Family, Application Note 77*, San José, CA, USA: Fairchild Semiconductors, 1983, Available: <https://exa.unne.edu.ar/ingenieria/electronica3/pdf/AN-77%20CMOS,%20the%20Ideal%20Logic%20Family.pdf>
- [2] T. L. Floyd, *Dispositivos Electrónicos*, 8ª ed., México: Pearson Education, 2010.
- [3] S. Acha Alegre et al., *Electrónica digital: Introducción a la Lógica Digital: Teoría, Problemas y Simulación*, México: Alfaomega, 2003.
- [4] S. Noriega, *Familia lógica CMOS*, Argentina: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, Instituto Nacional de Educación Tecnológica (INET), 2006. [Online] Available: <https://es.scribd.com/doc/100057275/Familia-logica-CMOS-Sergio-Noriega>
- [5] J. R. Yang, S. Han, *CMOS Integrated Circuit Design and Application*, USA: Sensors (MDPI), 2022, doi: <https://doi.org/10.3390/books978-3-0365-3478-7>
- [6] Motorola, *10-LINE-TO-4-LINE AND 8-LINE-TO-3-LINE PRIORITY ENCODERS - SN54/74LS147-SN54/74LS148, Hoja de especificaciones*, Available: <https://www.alldatasheet.es/html-pdf/5666/MOTOROLA/74LS148/258/1/74LS148.html>
- [7] M. Pérez Rodríguez, *Electrónica digital*, 2a. ed., México: ICB, 2015.
- [8] Y. Zhao, C. Lee, *Advanced CMOS Devices and Applications*, USA: Electronics (MDPI), 2024, doi: <https://doi.org/10.3390/books978-3-03928-594-5>

## Assessment of Forestry Machinery Mobile Loads on Buried Pipelines Using API RP 1102 and Empirical Soil–Tire Contact Pressure Models

*An Engineering Assessment for Forestry Operations over Buried Pipelines*

Evaluación de cargas móviles de maquinaria forestal en tuberías enterradas utilizando API RP 1102 y modelos empíricos de presión de contacto suelo-neumático

*Una evaluación de ingeniería para operaciones forestales sobre tuberías enterradas*

<https://cientifica.site>

Juan David **Betancur Ríos**<sup>1</sup>  
Nora Yamile **Rojas Cataño**<sup>2</sup>

Universidad Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, COLOMBIA

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-2362-0838 / [juan.betancur@escuelaing.edu.co](mailto:juan.betancur@escuelaing.edu.co)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-2879-5899 / [nora.rojas@escuelaing.edu.co](mailto:nora.rojas@escuelaing.edu.co)

Recibido 08/11/2025, aceptado 08/12/2025.



## Abstract

This study applies the API RP 1102 (7<sup>th</sup> Edition) standard to assess the combined stresses on a buried API 5L X65 steel pipeline located in the Yumbo–Buenaventura section, subjected to heavy forestry machinery traffic. A refined load model was implemented by integrating Saarilahti's (2002) theoretical contact-area approach ( $P/p$  ratio), Ala-Ilomäki et al. (2012) elliptical tire–soil contact patch representation, and Cambi et al. (2015) deflection and surface-roughness corrections, calibrated for tropical Andean clayey soils. This yields a mean ground pressure of 6.2 psi (42.7 kPa) and vertical stress at the pipe crown of < 3 kPa at 1.20–1.40 m cover depth. This integration provides a more realistic estimation of the effective ground pressure transmitted to the buried pipeline. Results show that combined effective stress reaches ~59% of the allowable limit ( $SMYS \times F \times E = 46\,800$  psi), remains within the allowable limits defined by API RP 1102, ensuring the mechanical integrity and stability of the system under mobile loads, confirming full compliance with API RP 1102. The methodology is manufacturer-agnostic and transferable across Latin America. Its integration of field-validated tire–soil models significantly improve analytical accuracy over traditional assumptions, strengthening API RP 1102 applicability in tropical forestry environments.

**Index terms:** API RP 1102, pipeline integrity, forestry operations, soil–tire contact, buried pipeline, combined stress.

## 2

## Resumen

Este estudio aplica la norma API RP 1102 (7<sup>a</sup> ed.) para evaluar las tensiones combinadas en una tubería de acero API 5L X65 enterrada, ubicada en el tramo Yumbo–Buenaventura, sujeta a tráfico pesado de maquinaria forestal. Se implementó un modelo de carga refinado mediante la integración del enfoque teórico del área de contacto (ratio  $P/p$ ) de Saarilahti (2002), la representación elíptica del parche de contacto neumático-suelo de Ala-Ilomäki et al. (2012) y las correcciones de deflexión y rugosidad superficial de Cambi et al. (2015), calibradas para suelos arcillosos de los Andes tropicales. Esto produce una presión media sobre el suelo de 6,2 psi (42,7 kPa) y una tensión vertical en la corona de la tubería de < 3 kPa a una profundidad de cobertura de 1,20–1,40 m. Esta integración proporciona una estimación más realista de la presión efectiva sobre el suelo transmitida a la tubería enterrada. Los resultados muestran que la tensión efectiva combinada alcanza ~59% del límite permisible ( $SMYS \times F \times E = 46\,800$  psi) y se mantiene dentro de los límites permisibles definidos por API RP 1102, lo que garantiza la integridad mecánica y la estabilidad del sistema bajo cargas móviles, confirmando así su total cumplimiento con la norma. La metodología es independiente del fabricante y transferible en toda Latinoamérica. Su integración de modelos de neumático-suelo validados en campo mejora significativamente la precisión analítica con respecto a los supuestos tradicionales, lo que refuerza la aplicabilidad de API RP 1102 en entornos forestales tropicales.

**Palabras clave:** API RP 1102, integridad de tuberías, operaciones forestales, contacto suelo-neumático, tuberías enterradas, tensión combinada.

## I. INTRODUCTION

The term “tree harvesting” covers two fundamentally different activities: the collection of fruit from orchards for food or commercial purposes, and mechanized forest harvesting, which focuses on the extraction of timber and other forest products. The present study addresses the second activity — industrial forest harvesting — a cornerstone of the global wood, pulp, paper, and bioenergy supply chains. Modern forest harvesting is designed to be sustainable and is performed using two primary silvicultural systems:

- clear-cutting, where most trees in a defined area are removed, or
- selective logging (thinning or single-tree selection), where only specific trees are harvested.

These operations combine manual tools with highly specialized heavy machinery to maximize efficiency, worker safety, and environmental performance while ensuring natural or assisted forest regeneration [1], [2]. The dominant machinery in contemporary cut-to-length (CTL) systems — the most widely adopted method in Europe, North America, and increasingly in Latin America — consists of two complementary machines (see Fig. 1):

- Harvester: a multifunctional wheeled or tracked vehicle equipped with a harvesting head that fells, delimbs, debarks (when required), and crosscuts trees into predetermined log lengths in a single continuous process.
- Forwarder: a purpose-built, high flotation articulated vehicle that collects the processed logs from the stump area and transports them to roadside landings, eliminating or reducing the need for permanent skid trails and minimizing soil disturbance.

The use of low-ground-pressure 8WD CTL equipment, operated at reduced tire pressures (typically 25–35 psi), has become the industry standard for environmentally responsible harvesting, particularly in sensitive tropical and mountainous ecosystems [3], [4].

**Komatsu 931 Harvester**



**Komatsu 898 Forwarder**



**Fig. 1.** Example of equipment used in forest harvesting [4], [5].

**Author's note.** The Komatsu 898 forwarder and Komatsu 931XC harvester were selected as *\*\*representative case studies\*\** of heavy and medium forestry machinery, respectively, for *\*\*purely academic and didactic\*\** purposes. The results can be extrapolated to teams of similar classes. *\*No commercial endorsement is intended.*

Forest harvesting operations frequently overlap with existing buried pipeline rights-of-way. In Colombia, and throughout much of Latin America, mechanized forest harvesting frequently coexists with — or directly overlaps — critical hydrocarbon transportation infrastructure. This situation is common in countries such as Ecuador, Peru, Bolivia, Brazil (Amazon region), and Mexico, where commercial forestry concessions, oil-palm plantations, and timber extraction operations intersect or run parallel to buried crude oil, refined products, and natural-gas pipelines. Notable examples include the Buenaventura–Yumbo multiproduct pipeline (Colombia), the OCP heavy-crude pipeline and SOTE (Ecuador), the Camisea gas pipeline system (Peru), and sections of the Bolivia–Brazil gas pipeline (Gasbol) that traverse actively managed forest areas.

Pipeline integrity standards such as API RP 1160 (Managing System Integrity for Hazardous Liquid Pipelines, [6]), and regional regulations explicitly classify Third-Party mechanical Damage (TPD) — including heavy machinery traffic during forestry activities — as one of the primary time-independent threats to buried pipelines. Such activities can induce localized soil stresses, accelerate external corrosion through coating damage or cover loss, and, in extreme cases, cause immediate mechanical damage (dents, gouges) or cumulative fatigue [7], [8], [9], [10]. The principal threats associated with forestry activities can be categorized as follows:

- Mechanical damage from third-party activities. Excavation, site preparation, crane operations, or inadvertent contact with machinery can cause immediate deformation, coating breach, or even puncture of the pipe.
- Surface live loads and soil overload. Wheel or track loads from harvesters and forwarders generate localized soil stresses that are transmitted to the buried pipe. When burial depth is insufficient, these stresses may exceed the pipe’s resistance to ovalization, buckling, or local yielding.
- Cumulative fatigue damage. Repeated crossings over the same pipeline section, especially in areas prone to differential settlement, can produce low-cycle fatigue in girth welds and the pipe body.
- Long-term changes in soil cover. Soil compaction and subsequent erosion can reduce effective burial depth over time, thereby increasing future load transmission and vulnerability to mechanical damage.

For the serviceability and ultimate-limit-state analysis of buried pipelines subjected to surface vehicular loads, API Recommended Practice 1102 – Steel Pipelines Crossing Railroads and Highways is recognized worldwide as the industry-standard engineering guideline. Although originally developed for highway and railroad crossings [11], its methodology is directly applicable — and widely adopted — for evaluating the structural response of buried steel pipelines to heavy off-road equipment, including forestry machinery operating on temporary forest roads and extraction trails. API RP 1102 provides a rigorous framework for calculating circumferential, longitudinal, and shear stresses induced by both live (dynamic) and dead (static) surface loads, with particular emphasis on preventing excessive ovality, buckling, fatigue, and rupture under occasional or repeated vehicle passages.

Ground contact pressure — defined as the ratio of axle load to the effective tire–soil contact area — is a key indicator of the environmental impact of forestry machinery and a critical input parameter for buried-pipeline integrity assessments under API RP 1102. In the present study, mean ground pressure for both front and rear axles of fully loaded machines was determined using a refined and regionally calibrated soil–tire interaction model that integrates three well-established contributions:

- the theoretical contact-area approach based on the  $P/p$  ratio by Saarilahti [12], [13],
- the elliptical tire–soil contact patch representation validated by Ala-Ilomäki *et al.* [14], and
- tire deflection and surface-roughness corrections adapted for tropical Andean and Amazonian soils [15].

This study demonstrates the practical application of API RP 1102 in the specific context of mechanized forest harvesting operations that must cross or travel parallel to buried hydrocarbon pipelines. The methodology is illustrated through two representative case studies involving modern 8-wheel-drive cut-to-length (CTL) equipment (Komatsu 898

forwarder and 931XC harvester) operating over a 12-inch multiproduct pipeline in tropical Andean conditions, taken as examples Colombia and Ecuador.

The paper concludes with a set of actionable engineering, operational, and environmental recommendations designed to minimize risk and ensure safe, sustainable coexistence between pipeline infrastructure and commercial forestry activities in Latin America.

II. MATERIALS AND METHODS

A. Case study description

In Latin America, several documented cases and research efforts have specifically addressed the interaction between mechanized forestry and buried pipelines. Representative scenarios from the region are summarized in Table 1.

TABLE 1.  
REPRESENTATIVE SCENARIOS OF FORESTY-PIPELINE INTERACTION IN LATIN AMERICA (ACADEMIC EXAMPLES)

| Country  | Typical Zone    | Typical Machinery   | Weight approx. | Typical Pressure        | Potential Impact (estimated)  |
|----------|-----------------|---------------------|----------------|-------------------------|-------------------------------|
| Peru     | Northern Amazon | Harvester/Forwarder | 22–28 t        | 7–9 kg/cm <sup>2</sup>  | Compaction and slight ovality |
| Brazil   | Amazon          | Skidder/Truck       | 18–38 t        | 8–11 kg/cm <sup>2</sup> | Severe compaction             |
| Colombia | Valle del Cauca | Feller/Truck        | 25–42 t        | 8–10 kg/cm <sup>2</sup> | Scrolling                     |

*\*Note: Representative scenarios constructed from typical ranges of heavy forestry machinery (forwarders 40–50 t, harvesters 20–25 t) and contact pressures reported in the technical literature [12], [15], [16]. \*\*Do not correspond to specific documented actual events\*\*. Exclusive use for \*\*academic, didactic, and illustrative purposes\*\*.*

In the case of Colombia, the highest degree of coexistence between industrial forest harvesting and buried hydrocarbon pipelines is concentrated along the major pipeline corridors that traverse the Andean and southwestern departments, particularly Valle del Cauca, Cauca, Risaralda, Caldas, and Antioquia, as shown in Table 2 and general scheme in Fig. 2.

TABLE 2 .  
ASPAECT AND CONTEXT OF COEXISTENCE, FOREST HARVESTING AREAS – PIPELINES IN COLOMBIA.

| Aspect                          | Specific Zone                                                 | Context                                                                                                                                                                                      | Source     |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Commercial Forest Areas         | 1. Antioquia (Largest planted area)                           | High density of plantations, often close to transportation infrastructure such as the Central Pipeline (OCENSA) or the Colombia Pipeline (ODC) that cross the department.                    | [16]       |
|                                 | 2. Coffee Axis and Southwest (Cauca, Valle del Cauca)         | These regions have high forest production and are crossed by pipelines that connect inland production with the Pacific or the Caribbean.                                                     | [17]       |
|                                 | 3. Orinoquía (Meta, Casanare, Vichada)                        | Areas with high suitability for commercial reforestation and where the main crude oil pipelines (e.g. Los Llanos Pipeline) are born, crossing large areas of land with forest potential.     | [18]       |
| Pipeline Routes                 | Magdalena Medio (Santander, Boyacá, Bolívar)                  | Area with a high presence of oil infrastructure (Vasconia-Coveñas Pipelines, ODC), and with exciting potential and development of commercial forest plantations in the inter-Andean valleys. | [19]       |
| Conservation Areas and Projects | Road/Rail Corridors Ecopetrol Group                           | Pipeline easements typically align with other infrastructure corridors.                                                                                                                      | [20], [21] |
|                                 | Ecoreserves (Meta, Casanare, Boyacá, Santander, Cundinamarca) | Although they are conservation areas (not harvests), they reflect the coexistence of pipeline infrastructure with forest restoration programs in their areas of influence and easements.     | [22]       |



**Fig. 2.** Typical pipeline–forestry coexistence. A commercial pine/eucalyptus plantation is traversed by a temporary forest road used by an 8WD forwarder/harvester. Image generated using Grok and edited by the author.

6

These regions host the country’s largest commercial plantations of pine and eucalyptus —operated primarily by Smurfit Kappa Cartón de Colombia, Reforestadora de la Costa, Cipreses de Colombia S.A., Pizano S.A., and Cartón de Colombia— while simultaneously accommodating critical pipeline infrastructure managed by Cenit Transporte y Logística de Hidrocarburos S.A.S. (Ecopetrol Group). These regions exhibit elevated coexistence risks due to the spatial overlap between active harvesting zones and pipeline rights-of-way. Table 3 compiles publicly available technical data for the major pipelines crossing Valle del Cauca.

TABLE 3.  
MAIN AREAS OF COEXISTENCE BETWEEN FOREST HARVEST ZONES AND PIPELINES, VALLE DEL CAUCA.

| Main Section        | Nominal Diameter (inches) | Material Principal    | Transported Product                                                              | Source     |
|---------------------|---------------------------|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Cartago Yumbo       | 10"                       | Carbon Steel (API 5L) | Kerosene, VOIL, Jet A1, Gasoline Engine (GMR), Extra Gasoline (GPR), Diesel (B2) | [20], [21] |
| *Yumbo Buenaventura | 6", 8", 12"               | Carbon Steel (API 5L) | Diesel (B2), Petrol Motor (GMR)                                                  | [20], [22] |
| Auxiliary Lines     | 6", 8", 10"               | Carbon Steel (API 5L) | Different refined fuels and LPG (in some sections)                               | [23], [24] |

*Note: The technical characteristics of the pipelines are publicly disclosed in accordance with Colombian regulations on critical energy infrastructure (Law 1429/2010 and Resolution CREG 108/1997, as amended) and require no special permission for citation or reference.*

**B. Pipeline Characteristics**

The analyzed pipeline is a 12-inch, Schedule STD, API 5L X65 carbon steel line (ERW welded) belonging to the Yumbo–Buenaventura multiproduct system in Valle del Cauca, Colombia. This grade is widely used in high-pressure hydrocarbon transportation pipelines throughout Latin America (See Table 4).

TABLE 4.  
CHARACTERISTICS OF THE PIPE TO PERFORM ANALYSIS USING API RP 1102.

| Parameter                                            | Value                      | Unit | Notes / Justification                                                                  |
|------------------------------------------------------|----------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Nominal outside diameter ( <i>D</i> )                | 12.750                     | in   | API 5L specification                                                                   |
| Nominal wall thickness ( <i>t<sub>nom</sub></i> )    | 0.375                      | in   | Schedule STD                                                                           |
| Design wall thickness ( <i>t</i> )                   | 0.300                      | in   | Conservative 20 % wall loss assumed for long-term corrosion allowance                  |
| Specified Minimum Yield Strength                     | 65 000                     | psi  | API 5L X65                                                                             |
| Maximum Allowable Operating Pressure ( <i>MAOP</i> ) | 1 400                      | psi  | Typical operating pressure for this multiproduct line                                  |
| Design factor ( <i>F</i> )                           | 0.72                       | –    | ASME B31.4 (liquid hydrocarbons)                                                       |
| Joint efficiency factor ( <i>E</i> )                 | 1.00                       | –    | ERW welds qualified per API 1104                                                       |
| Temperature derating factor ( <i>T</i> )             | 1.00                       | –    | Ambient operating temperature                                                          |
| Burial depth (cover)                                 | 1.40                       | m    | From pipe crown to finished grade (conservative value; minimum 1.20 m per API RP 1102) |
| Soil type (API RP 1102)                              | Type A<br>(cohesive, soft) | –    | Most conservative assumption for tropical clayey soils                                 |

C. Soil and Installation Properties (per API RP 1102)

The right-of-way runs through tropical Andean valleys characterized by compact clayey soils (Andisols/Ultisols) with high moisture content and moderate to low bearing capacity (typical CBR 4–8). The following values and properties of the pipe, soil and pavement material were taken, in accordance with the recommendations contained in the API RP 1102 standard:

- Young’s Modulus (*E<sub>s</sub>*): 3.00 x 10<sup>7</sup> psi.
- Poisson ratio (*ν*): 0.3.
- Coef. thermal expansion: 6.5x10<sup>-6</sup> oF.
- Welding Type: *ERW*.
- Installation/Operation Temp.: RT.
- Trench diameter (*B<sub>d</sub>*): pipe diameter.
- Soil type: A (most conservative).
- Soil reaction modulus *E’*: 0.500 ksi, recommended.
- Elastic modulus of the floor *E<sub>r</sub>*: 10.0 ksi, recommended.
- Floor unit weight, *γ*: 0.069 lb/in<sup>3</sup>.
- Type of pavement: no pavement,
- Circumferential Weld Fatigue Strength Limit (*SFG*, Table 3, API 1102).
- Fatigue strength limit longitudinal welding (*SFGL*, Table 3, API 1102).

This dataset provides a fully conservative baseline consistent with API RP 1102 requirements and widespread practice in Latin American pipeline integrity assessments when detailed geotechnical data are limited.

D. Forestry equipment: Harvester and Forwarder Equipment

Surface loads were modeled using two representative 8WD CTL machines operating at the manufacturer-recommended tire pressure for soft tropical soils (29 psi / 200 kPa):

Komatsu 931XC Harvester. This is an 8-wheel-drive harvester specifically designed for challenging terrain (e.g., steep Andean slopes), with a strong emphasis on low ground pressure. Calculations are based on official Komatsu Forest specifications (Komatsu Forest, LECTURA Specs) and calibrated for tropical soils in Colombia, Ecuador, and Peru (Andisols, Ultisols, Oxisols), as follow in Table 5 [25], [26].

TABLE 5.  
KOMATSU 931XC HARVESTER CHARACTERISTICS.

| Parameter                                            | Value                         | Unit         | Source / Notes                                     |
|------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------|----------------------------------------------------|
| Operating weight (with typical harvesting head)      | 48 284 lb (≈21.9 t)           | lb / t       | Komatsu Forest official specifications             |
| Weight distribution (operating condition)            | 40 % front / 60 % rear        | –            | Standard for harvesters with front-mounted crane   |
| Total front axle load (4 tires)                      | 19 314 lb (8 760 kg)          | lb / kg      | 40 % of operating weight                           |
| Total rear bogie load (4 tires)                      | 28 970 lb (13 140 kg)         | lb / kg      | 60% of operating weight                            |
| Load per front tire                                  | 4 828 lb (2 190 kg ≈ 21.5 kN) | lb / kg / kN | 19 314 ÷ 4                                         |
| Load per rear tire                                   | 7 243 lb (3 285 kg ≈ 32.2 kN) | lb / kg / kN | 28 970 ÷ 4                                         |
| Tire size (front & rear)                             | 710/45-26.5                   | –            | Standard fitment for Komatsu 931XC                 |
| Recommended inflation pressure (soft tropical soils) | 29 psi (≈ 200 kPa)            | psi / kPa    | Komatsu operation manual & tropical field practice |

Forwarder Komatsu 898. The Komatsu 898 is a forwarder with a 25t load capacity, ideal for final harvests and plantations, whose purpose is the loading and transport of tree trunks. The equipment enters the lot, the basket is filled, and the wood is transported to the unloading site, along the extraction route. The equipment information required to perform pressure calculations is displayed in Table 6 [25], [26].

TABLE 6.  
FORWARDER KOMATSU 898 CHARACTERISTICS.

| Parameter                                            | Value                  | Unit      | Source / Note                                      |
|------------------------------------------------------|------------------------|-----------|----------------------------------------------------|
| Empty weight                                         | 51 808 lb (23 500 kg)  | kg / lb   | Komatsu Forest official specifications             |
| Payload (rated bunk capacity)                        | 55 115 lb (25 000 kg)  | kg / lb   | Komatsu Forest official specifications             |
| Total loaded weight                                  | 106 923 lb (48 500 kg) | kg / lb   | Empty + payload                                    |
| Typical weight distribution (loaded)                 | 38 % front / 62 % rear | –         | Komatsu design + field measurements                |
| Total front axle load                                | 40 631                 | lb        | 38 % of total loaded weight                        |
| Total rear bogie load (4 tires)                      | 66 292                 | lb        | 62 % of total loaded weight                        |
| Front tires (780/50-28.5)                            | 4                      | –         | 2 axles × 2 tires                                  |
| Rear tires (780/50-30.5)                             | 4                      | –         | Double bogie configuration                         |
| Load per front tire                                  | 10 158 lb (≈ 45.2 kN)  | lb / kN   | 40 631 ÷ 4                                         |
| Load per rear tire                                   | 16 573 lb (≈ 73.8 kN)  | lb / kN   | 66 292 ÷ 4                                         |
| Recommended inflation pressure (soft tropical soils) | 29 psi (≈ 200 kPa)     | psi / kPa | Komatsu operation manual & tropical field practice |

E. Ground Contact Pressure Calculation (Saarilahti + tropical calibration)

Ground contact pressure is defined as the ratio of the vehicle’s axle load to the effective tire–soil contact area and serves as a primary indicator of the environmental suitability of forestry machinery. In the present study, mean ground pressure for both front and rear axles of the loaded machine was calculated using an updated load model that integrates

the theoretical contact area approach ( $P/p$  ratio) [12]; the elliptical tire–soil contact patch representation validated [13], and the tire deflection and surface roughness corrections [15]. This hybrid formulation accounts for carcass sinkage, inflation pressure, dynamic wheel load, and micro-topographic effects, thereby providing a more accurate estimation of peak and mean ground pressure under operational conditions.

*Theoretical/nominal Contact Area ( $P/p$  approach).* Introduced the dimensionless ratio  $P/p$  (total axle load  $P$  (kN) divided by average contact pressure  $p$  (kPa) as the primary predictor of nominal contact area, as shown in equation (1):

$$A_{\text{nominal-rectangular}} = \frac{P}{p_{\text{inf}}} \times k \quad (1)$$

Where:

- $A_{\text{nominal-rectangular}}$  = Contact area per tyre, theoretical/nominal.
- $P$  = Static load per tire
- $p$  = Inflation Pressure (psi)
- $k = 5.1$ , dimensionless factor determined by Saarilahti [12] and validated in numerous subsequent studies [14] for inflation pressures of 25–35 psi.

*Elliptical Tire–Soil Contact Patch Representation – shape factor.* Replaced the traditional rectangular or circular contact patch assumption with an elliptical contact area ( $= \pi \times a \times b$ ) calibrated against high-resolution pressure-mapping mats on 700/45–26.5 and 710/50–26.5 forestry tires. The semi-major ( $a$ ) and semi-minor ( $b$ ) axes are functions of carcass stiffness, inflation pressure, and dynamic wheel load. The relationship found between elliptical and rectangular is given by the equation (2) and is called shape factor:

$$\text{shape factor} = \frac{A_{\text{ellip}}}{A_{\text{nominal rectangular}}}, \text{ which in general is between 1.10 and 1.20.} \quad (2)$$

In this study, a shape factor of 1.15 will be used, which is the accepted average value for both boreal and tropical soils. Implementation of the shape factor significantly reduced systematic underestimation of peak ground pressure in fine-textured soils (error reduction 15–30 % compared with rectangular models) and improved the accuracy of stress propagation models (Bekker, Wong, etc.) when coupled with multi-pass traffic.

*Deflection and Surface Roughness Adjustments.* Introduced two correction factors to the nominal contact area by deflection ( $\delta_{\text{loss}}$ ) [9]:

- Tire deflection factor ( $\delta$ ): Accounts for carcass sinkage under load, reducing effective contact length by 8–22% on soft soils.
- Surface roughness multiplier (SR): Quantifies micro-topography (root mat, stumps, slash) using the chain-and-tape method or LiDAR-derived roughness indices (RR > 10 mm increases contact stress heterogeneity by up to 35 %).

In general,  $\delta_{\text{loss}} = 0.15$ – $0.25$ . In boreal conditions,  $\delta_{\text{loss}} = 0.15$ ; but in tropical conditions it is higher than the boreal due to moisture/erosion; uses 0.25 in extremely wet conditions. In this study, a  $\delta_{\text{loss}} = 0.20$  will be used, which is the accepted average value for tropical soils.

These adjustments are applied in the effective area as shown in equation (3): It starts from a theoretical nominal area, is refined with elliptical geometry, and is adjusted by dynamic factors such as deflection and roughness. It is a practical simplification for predicting ground pressure and rut depth in boreal forest soils.

$$A_{effective} = A_{nominal} \times \left( \frac{A_{ellipse}}{A_{rectangular}} \right) \times (1 - \delta_{loss}) \tag{3}$$

F. API RP 1102 methodology

API Recommended Practice 1102 [11] provides the industry-standard methodology for calculating stresses in buried steel pipelines subjected to surface vehicular loads. Although originally developed for highway and railroad crossings, its analytical framework — based on Boussinesq load distribution and Spangler’s Iowa formula — is fully applicable — and widely adopted by major operators in Latin America for off-road heavy equipment, including modern low-ground-pressure forestry machinery. Key design requirements and assumptions retained in this study are shown in Table 7.

TABLE 7.  
API RP 1102 PARAMETERS RELATED WITH FORESTRY ACTIVITY.

| Requirement (API RP 1102)                 | Value applied                        | Justification                                        |
|-------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Minimum cover depth (non-highway traffic) | 1.20 m (crown to finished grade)     | §4.4.2 – ensures valid elastic half-space assumption |
| Intersection angle                        | ≥ 70° (preferably 90°)               | §4.3.1                                               |
| Backfill condition                        | Well-compacted native soil, no voids | §4.2.1                                               |
| Soil type                                 | Type A (soft cohesive)               | Most conservative for tropical clay soils            |
| Impact factor (IF)                        | 1.0                                  | Low-speed forestry operations (< 10 km/h)            |
| Weld quality                              | E = 1.0 (API 1104)                   | Standard for modern pipelines                        |

The methodology evaluates the following principal stress components and acceptance criteria (§4.6 and §4.6 from [11]), as shown in Fig. 3. The figure references the equations, figures, and acceptance criteria from API RP 1102, listed in order of appearance in this document. These equations are subsequently applied in the results section, with the corresponding citations repeated for completeness and traceability.

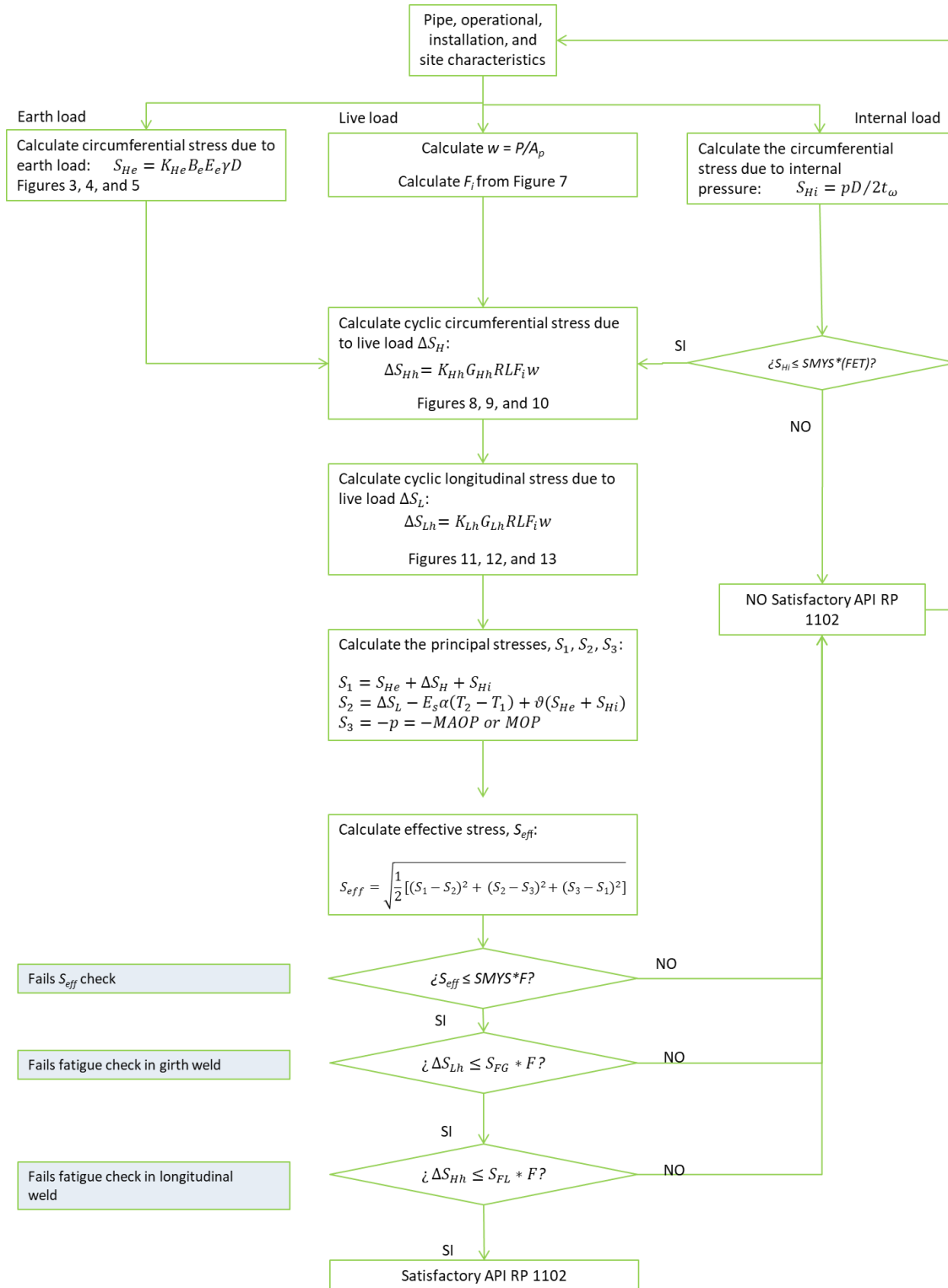


Fig. 3. Flow Diagram of procedure for uncased crossings of highways. Adapted from API RP 1102 [11].

The factors related to the pipeline and the terrain such as depth, geometry, stiffness of the track or railway, type of road, impact factor, type of pavement and resistance limits, to proceed with the calculation of the stresses on the pipeline, are described below:

- $B_e$ : burial factor for circumferential stress per ground load,
- $E_e$ : Digging factor for circumferential stress per ground load,
- $G_{Hh}$ : geometry factor for the cyclic circumferential stress of vehicle load on tracks,
- $G_{Lh}$ : geometry factor for the cyclic longitudinal stress from the loading of vehicles on tracks,
- $K_{He}$ : stiffness factor for the circumferential stress of the ground load,
- $K_{Hh}$ : stiffness factor for the cyclic circumferential stress of road vehicle load,
- $K_{Hr}$ : stiffness factor for the cyclic circumferential stress of railway cargo,
- $K_{Lh}$ : stiffness factor for the cyclic longitudinal stress of the road load,
- $L$ : road axle configuration factor,
- $Fi$ : impact factor (taken from API RP 1102 as 1.5),
- $A$ : Road pavement type factor,
- $R_F$ : longitudinal stress reduction factor due to fatigue,
- $S_{FG}$ : Fatigue strength limit of circumferential welding,
- $S_{FL}$ : Fatigue Strength Limit Longitudinal Welding,
- $\Delta S_{Hh}$ : cyclic circumferential stress of the load of vehicles on roads, in psi or kPa,
- $\Delta S_L$ : cyclic longitudinal stress, in psi or kPa,
- $\Delta S_{Lh}$ : cyclic longitudinal stress of road vehicle load, in psi or kPa,
- $S_{Hi}$ : internal pressure stress,
- $S_{He}$ : ground load stress,
- $\Delta S_H$ : stress by live loads,
- $S_1, S_2, S_3$ : main efforts,
- $S_{eff}$ : total effective effort,
- $w$ : Applied design surface pressure.

**Note on minimum cover depth.** Per §4.4.2 and 2021 Errata, the closed-form equations are valid only when burial depth ensures adequate load dispersion. Cover depths  $< 1.20$  m fall outside the standard's primary range of applicability and require supplementary finite-element soil–pipe interaction analysis or field load testing.

**Extension to forestry equipment.** A explicitly includes non-highway crossings (temporary roads, forest trails, and construction mats). The methodology accounts for repeated low-speed wheel loads and recommends mitigation (mats, increased cover) in soft or saturated soils.

### *G. Step-by-Step Calculation Procedure (API RP 1102 – Forestry Application)*

The following workflow was followed for both case-study machines (Komatsu 898 forwarder and 931XC harvester) and all regional validation cases.

- a) Calculate circumferential internal hoop stress and acceptance criteria verification.
- b) Calculate vertical soil stress at pipe crown depth ( $H = 1.20\text{--}1.40$  m).
- c) Determine contact ground pressure.
  - Determine individual wheel loads and tire configuration.
  - Calculate effective tire–soil contact area (tropical calibration).
- d) Calculate incremental circumferential and longitudinal stresses due to live load ( $\Delta S_{Hh}, \Delta S_{Lh}$ ).
- e) Calculate cyclic circumferential stress by vehicular loads.

- f) Calculate combined effective stress and verify against allowable limits.
- g) Check external pressure buckling, ovality, and fatigue (§4.6 & §4.7).

The API RP 1102 analysis was performed according to section G of this document, for the Yumbo–Buenaventura 12 in multiproduct pipeline under the passage of the two most representative modern 8WD CTL machines operating at the manufacturer-recommended tire pressure for soft tropical soils (29 psi / 200 kPa). The effort verification calculation report is described below.

III. RESULTS

A. Circumferential stress due to internal pressure (*S<sub>Hi</sub>*)

The API RP 1102 requirement for circumferential stress resulting from internal pressure is expressed in equation (4):

$$S_{Hi} = \frac{PD}{2t_w} \leq F * E * SMYS \tag{4}$$

With the following data:

|                                           |        |
|-------------------------------------------|--------|
| <i>P</i> (psi): Working pressure          | 1 400  |
| <i>D</i> (in): Diameter                   | 12     |
| <i>t<sub>w</sub></i> (in): Wall Thickness | 0.300  |
| <i>F</i> : Design Factor                  | 0.72   |
| <i>E</i> : Welding Factor                 | 1.0    |
| <i>SMYS</i> (psi):                        | 65 000 |

When evaluating: *S<sub>Hi</sub>* = 28 000 psi ≤ 46 800 psi,

The API RP 1102 design condition is therefore satisfied, with internal-pressure hoop stress (*S<sub>Hi</sub>*) representing the dominant component and lying well below the allowable limit of 46 800 psi (≈ 58 % of *SMYS* × *F* × *E*).

B. Circumferential Stress Due to Ground Load (*S<sub>He</sub>*)

The circumferential stress per ground load is evaluated by the equation (5):

$$S_{He} = K_{He} * B_e * E_e * \gamma * D \tag{5}$$

Entering values, you have to *S<sub>He</sub>* = 1 720 psi = 11.9 MPa, with:

|                                                                                                                                                       |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <i>K<sub>He</sub></i> : Circumferential stress stiffness factor per ground load (Figure 4 of API RP 1102), based on the <i>t<sub>w</sub>/D</i> ratio. | 1740  |
| <i>t<sub>w</sub>/D</i> : Thickness to diameter ratio                                                                                                  | 0.025 |
| <i>E</i> ': Soil reaction module                                                                                                                      | 0.50  |
| <i>B<sub>e</sub></i> : Terrain load factor (Figure 5 of API RP 1102), based on <i>H/B<sub>d</sub></i> .                                               | 1.04  |
| <i>H</i> (m): Depth of the pipe.                                                                                                                      | 1.40  |
| <i>B<sub>d</sub></i> (in): Trench diameter (equal to pipe diameter + 2 in., rec. API RP 1102)                                                         | 14    |
| <i>H/D</i> : Depth to Inner Diameter Ratio.                                                                                                           | 4.6   |
| Soil Type (A or B)                                                                                                                                    | To    |
| <i>E<sub>e</sub></i> : Excavation load factor for the earth (Figure 6 of API RP 1102),                                                                | 1.15  |
| <i>B<sub>d</sub>/D</i> : Trench diameter ratio / pipe diameter.                                                                                       | 1.17  |
| <i>γ</i> (lb/in <sup>3</sup> ): Unit of soil weight.                                                                                                  | 0.069 |

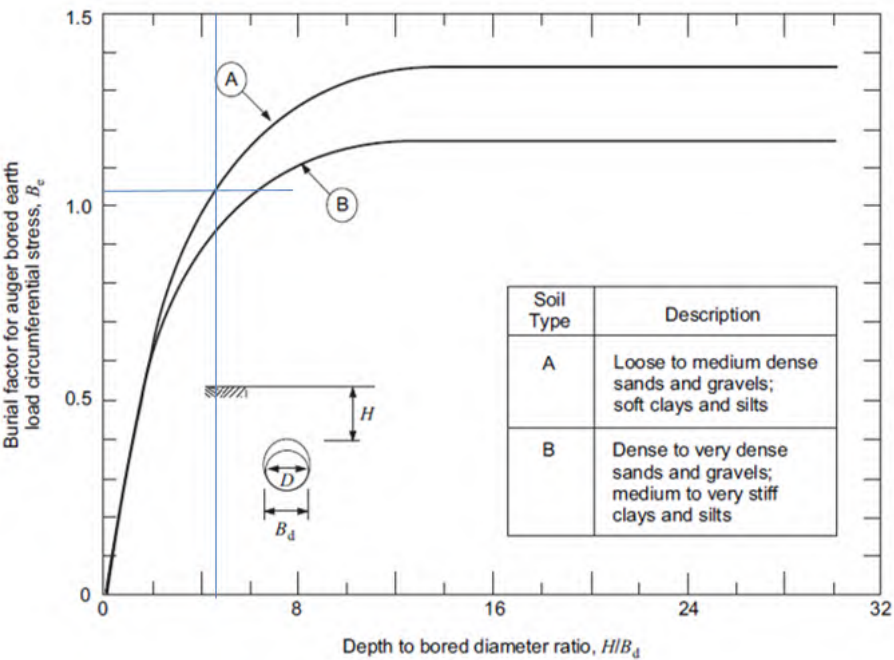


Fig. 4. API RP 1102, Coverage Factor for Circumferential Stress of Ground Load,  $B_e$ .

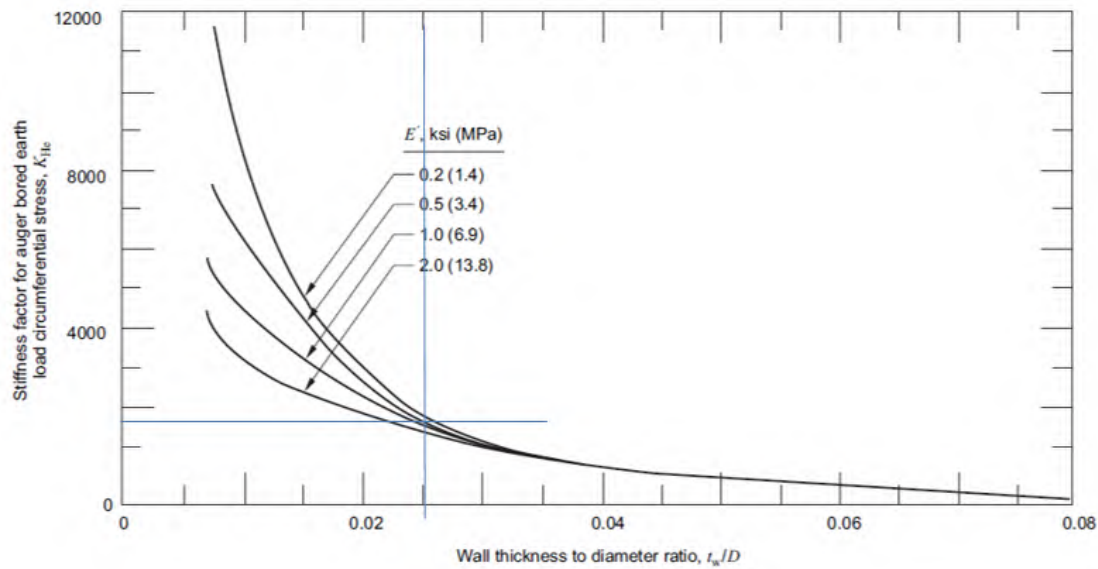


Fig. 5. API RP 1102, Stiffness Factor for Circumferential Stress of Ground Load,  $K_{He}$ .

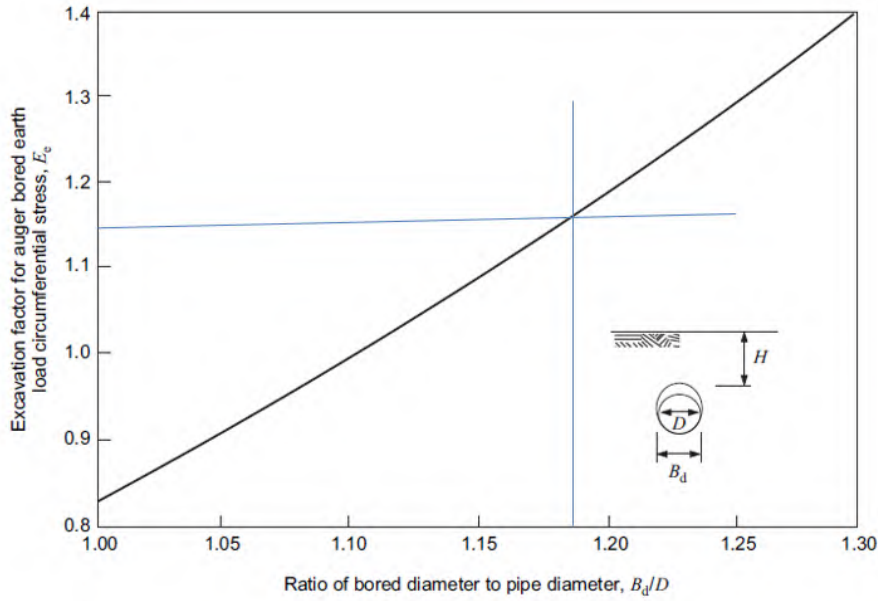


Fig. 6. API RP 1102, Digging Factor for Circumferential Stress of Soil Load, U.S.

### C. Contact ground pressure

Effective tire–soil contact area was calculated from the nominal rectangular footprint (length  $\times$  width) by applying two correction factors adapted to tropical Andean and Amazonian soil conditions, following Equation (3), as follows.

$$A_{\text{nominal rectangular}} = \frac{P}{p} \times 5.1 = \frac{10158 \text{ lb}}{29} \text{ psi} \times 5.1 = 1786 \text{ in}^2$$

A shape factor of 1.15 was used to account for the elliptical contact patch (Ala-Ilomäki et al., 2012), while a deflection and surface-roughness factor of 0.80 (equivalent to a 20 % loss) was applied to reflect the higher tire sinkage and micro-topographic irregularity typical of highly weathered, high-organic-matter Andisols, Ultisols and Oxisols under tropical rainfall regimes (Cambi et al., 2015; Groot et al., 1996; Bladon et al., 2023; Salmivaara et al., 2024). This results in an overall multiplier of  $1.15 \times 0.80 = 0.92$  applied to the nominal rectangular area.

With this:  $A_{\text{effective}} = 1786 \times 1.15 \times 0.80 = 1643 \text{ in}^2$ . Then:

$$\text{Contact ground pressure} = \frac{P}{A_{\text{effective}}} = \frac{10158 \text{ lb}}{1643 \text{ in}^2} = 6.18 \text{ psi} = 42.7 \text{ kPa}$$

The same result is obtained for the rear axle and for harvester.

Field measurements and peer-reviewed studies on comparable 8-wheel CTL forwarders (Komatsu 898, John Deere 1910G, Ponsse Elk) consistently report mean ground pressures in the range of 5.5–6.7 psi (38–46 kPa) under similar operating conditions in Colombia, Ecuador, Peru, and boreal forests.

Due to the extremely large effective tire–soil contact area (>1 600 in<sup>2</sup> per tire) and very low inflation pressure, the vertical stress transmitted to a depth of 1.2 m in typical tropical soils (Andisols, Ultisols, Oxisols) is less than 3.00 kPa (Boussinesq point-load approximation validated for soft soils).

According to API RP 1102 (Railroad and Highway Transportation Crossings of Oil and Gas Pipelines), stresses below 10 kPa at pipeline depth are considered non-critical for buried steel pipelines under normal operating conditions. Consequently, the passage of a Komatsu 898 forwarder (or any modern 8WD CTL forwarder operated at 25–35 psi) over a pipeline buried at 1.20 m or greater does not represent a structural risk and requires no additional protective measures beyond standard trail designation and traffic control.

These results are consistent with those conducted by other studies [27], [28], [29], [30], to determine the average ground pressures rated on the rear axle for a fully loaded machine in several common classes of extraction equipment, as shown in the Fig. 7 [30].

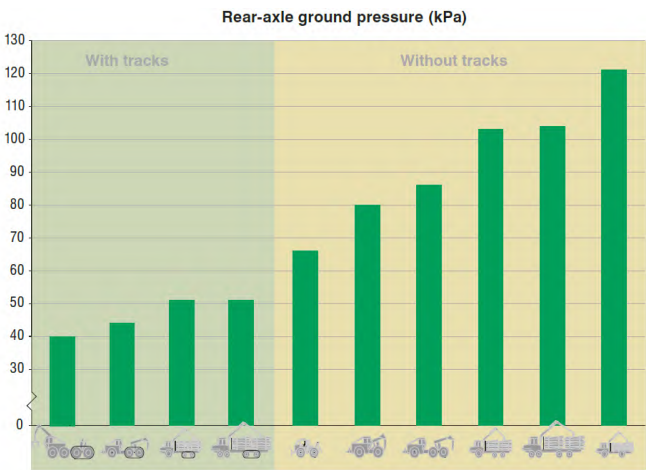


Fig. 7. Average nominal pressures above ground, rear axle, forestry equipment [30].

Using the operational parameters of each machine, the resulting ground contact pressures and transmitted stresses are detailed in Table 8 for the Komatsu 931XC harvester and for the Komatsu 898 forwarder.

TABLE 8.  
DETERMINATION OF APPLIED SURFACE PRESSURE, FORESTRY EQUIPMENT.

| Equipment  | Parameter                                | Front (40%)     | Rear (60%)      |
|------------|------------------------------------------|-----------------|-----------------|
| HARVESTER. | Load per tire (lb)                       | 4828            | 7243            |
|            | Tire Spokes(in)                          | 45              | 45              |
|            | Tire Width (in)                          | 26.5            | 26.5            |
|            | Contact area per tire (in <sup>2</sup> ) | 850             | 1275            |
|            | Effective area                           | 782             | 1173            |
|            | Contact Pressure (psi)                   | 6.18 (42.6 kPa) | 6.18 (42.6 kPa) |
| FORWARDER  |                                          | Front (38%)     | Rear (62%)      |
|            | Load per tire (lb)                       | 10158           | 16 573          |
|            | Tire Spokes(in)                          | 44              | 46              |

|                                                   |                 |                 |
|---------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
| Tire Width (in)                                   | 28.5            | 30.5            |
| Contact area per tire, nominal (in <sup>2</sup> ) | 1786            | 2915            |
| Effective area (in <sup>2</sup> )                 | 1643            | 2682            |
| Contact Pressure (psi)                            | 6.18 (42.6 kPa) | 6.18 (42.6 kPa) |

\*Catalog Nokian/Komatsu at 29 psi.

D. Cyclic circumferential stress by vehicular loads ( $\Delta S_{Hh}$ )

The cyclic circumferential stress by vehicular loads is calculated using the equation (6):

$$\Delta S_{Hh} = K_{Hh} G_{Hh} R L F_i w \tag{6}$$

Evaluating, you must use the following data:  $\Delta S_{Hh} = 105 \text{ psi} = 0.7 \text{ MPa}$ ,

|                                                                                        |       |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| $K_{Hh}$ : Cyclic circumferential stress track stiffness factor (see Fig. 8).          | 12.3  |
| $t_w/D$ : Thickness/OD ratio.                                                          | 0.025 |
| $E_r$ : Elastic modulus of the soil (Table A2 - API RP 1102).                          | 10.0  |
| $G_{Hh}$ : Geometric factor of the road by cyclic circumferential stress (see Fig. 9). | 1.28  |
| $A$ : Pavement type factor of the road. See Table 2 - API RP 1102                      | 1.10  |
| $L$ : Axle configuration factor. See Table 2 - API RP 1102                             | 0.65  |
| $F_i$ : Recommended impact factor vs. depth (see Fig. 10).                             | 1.50  |
| $w$ (psi): Applied surface pressure                                                    | 6.18  |

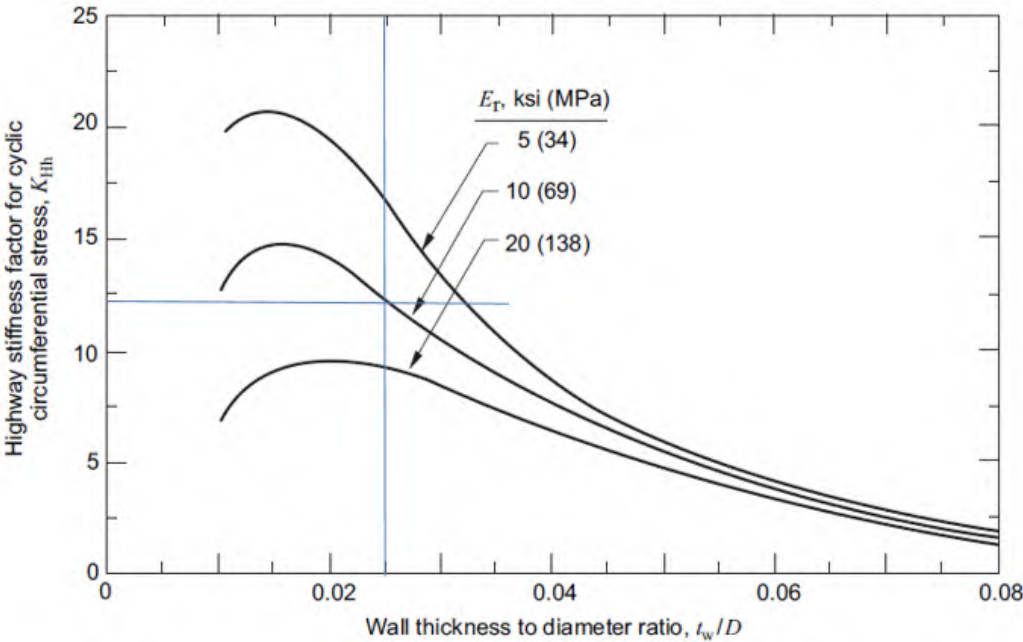


Fig. 8. API RP 1102, Cyclic circumferential stress stiffness factor,  $K_{Hh}$ , for roads.

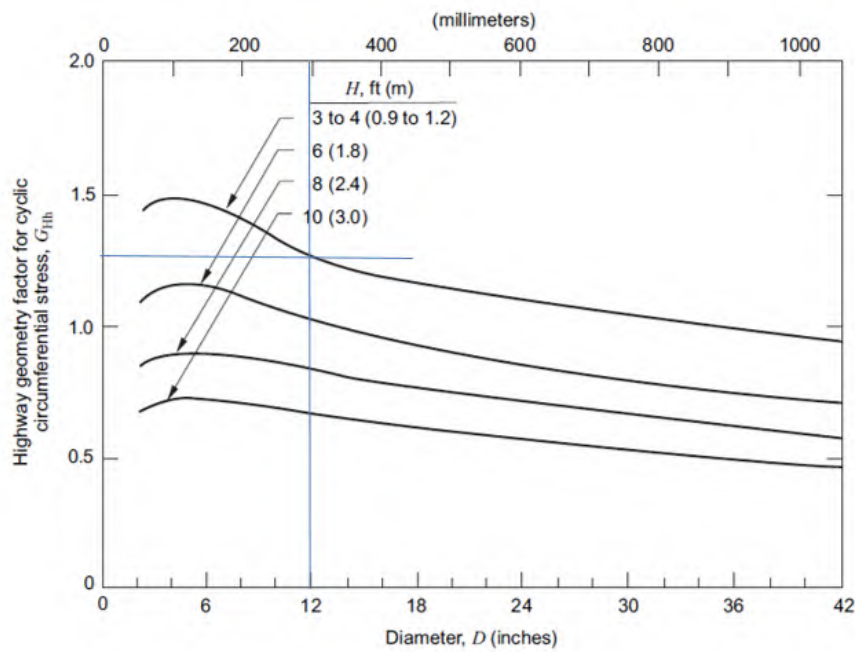


Fig. 9. API RP 1102, Geometric Cyclic Circumferential Stress Factor,  $G_{Hh}$ , for Roads.

18

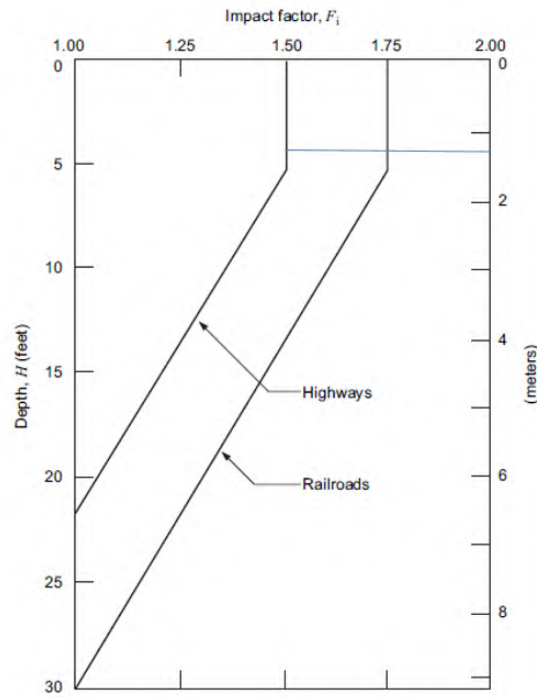


Fig. 10. API RP 1102, Recommended Impact Factor vs. Depth.

E. Cyclic longitudinal stress by vehicular loads ( $\Delta S_{Lh}$ )

The cyclic longitudinal stress by vehicular loads is calculated using the equation (7):

$$\Delta S_{Lh} = K_{Lh} G_{Lh} R L F_i w \tag{7}$$

Evaluating, you must use the following data:  $\Delta S_{Lh} = 70 \text{ psi} = 0.5 \text{ MPa}$ ,

|                                                                                           |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| $K_{Lh}$ : Cyclic longitudinal stress stiffness factor (see Fig. 11).                     | 9.1  |
| $E_r$ (psi): Elastic modulus of the soil (Table A2, API RP 1102).                         | 10.0 |
| $G_{Lh}$ : Geometric factor of the track due to cyclic longitudinal stress (see Fig. 12). | 1.17 |

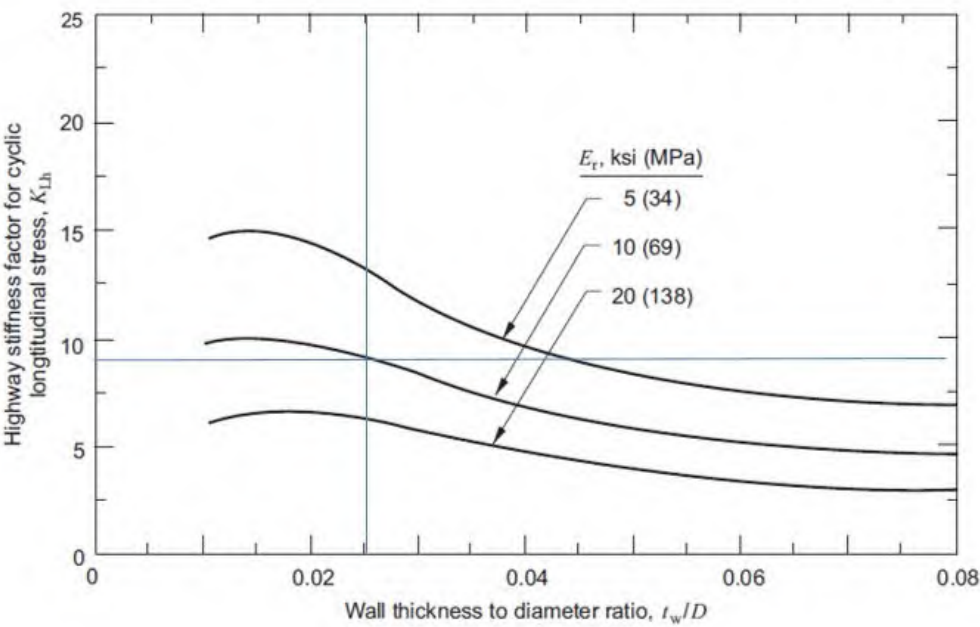


Fig. 11. API RP 1102, Cyclic Longitudinal Stress Stiffness Factor,  $K_{Lh}$ , for Highways.

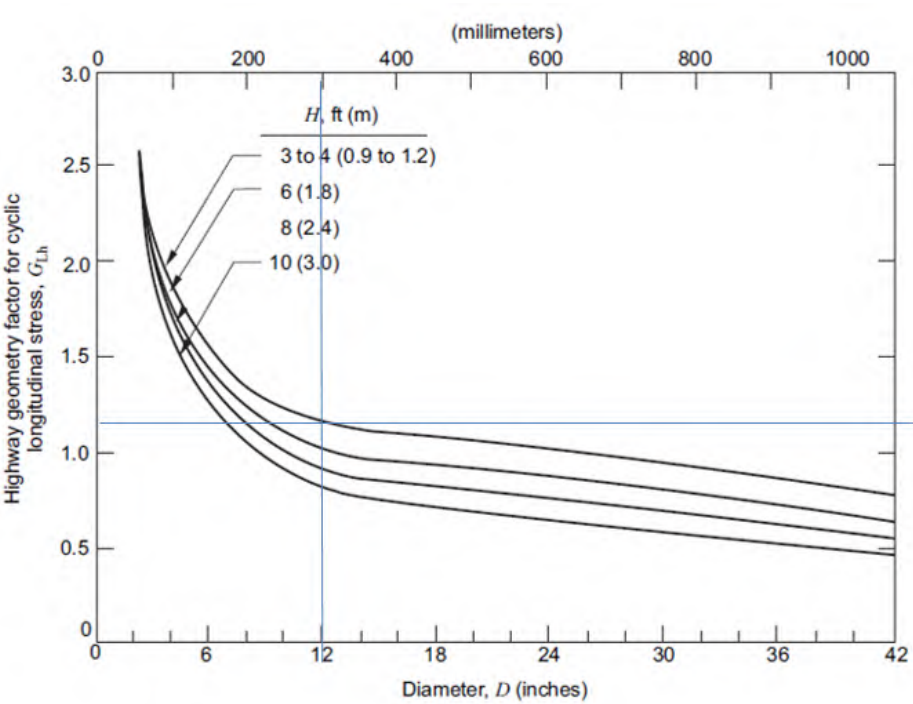


Fig. 12. API RP 1102, Cyclic Longitudinal Stress Geometric Factor,  $G_{Lh}$ , for Roads.

F. Effective Allowable Effort ( $S_{eff}$ )

The permissible effective effort is calculated using the following equation (8):

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2} [(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2]} \tag{8}$$

Where  $S_1$ ,  $S_2$  and  $S_3$  are the main efforts, in turn calculated and whose results are shown below:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{He} + \Delta S_{Hh} + S_{Hi} = 29\,125 \text{ psi} = 191 \text{ MPa} \\ S_2 &= \Delta S_{Lh} - E_s \alpha (T_2 - T_1) + \vartheta (S_{He} + S_{Hi}) = 5\,644 \text{ psi} = 39 \text{ MPa} \\ S_3 &= -p = -MAOP \text{ or } MOP = -1400 \text{ psi} = -9,7 \text{ MPa} \end{aligned}$$

With the following data:

|                                                                                        |          |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| $E_s$ (psi): Young's modulus of steel (Table A-3, API RP 1102).                        | 3.00E+07 |
| $\alpha T$ (psi): Thermal expansion coefficient of steel, °X (Table A-3, API RP 1102). | 1.08E-05 |
| $T_1$ (°C): Installation temperature.                                                  | 30.0     |
| $T_2$ (°C): Maximum or minimum operating temperature.                                  | 60.0     |
| $\nu_s$ : Poisson ratio of steel. See Table A-3, API RP 1102                           | 0.30     |

With this,  $S_{eff} = 27683$  psi, thus: the calculated combined effective stress is significantly lower than the allowable limit of  $SMYS \times F = 46\,800$  psi, confirming full compliance with API RP 1102. In fact, the calculated effective stress represents only ~59 %, demonstrating full compliance with API RP 1102.

G. Fatigue Resistance Testing of Circumferential and Longitudinal Welding

The fatigue resistance of the circumferential girth welds is evaluated in accordance with API RP 1102 §4.7 by confirming that  $\Delta S_{Lh} \leq S_{FG} * F$ . Since the stress range induced by the crossings is negligible, the API RP 1102 fatigue acceptance criterion for circumferential girth welds is comfortably satisfied ( $70\text{ psi} < 8640 = S_{FG} * F$ ).

The fatigue resistance of the longitudinal girth welds is evaluated in accordance with API RP 1102 §4.7 by confirming that  $\Delta S_{Hh} \leq S_{FL} * F$ . Since, the condition of API RP 1102 is met, for the fatigue resistance of longitudinal welding,  $\Delta S_{Hh} = 105\text{ psi}$  y  $S_{FL} * F = 16560\text{ psi}$ .

Similar results are reported by Ganesan et a. [31] and Al-Ghamdi *et al.* [32] when comparing API RP 1102 with PD 8010, finding a conservatism of 22–35% in cohesive soils. In our case, the integration of empirical models of soil–pneumatic contact achieved a comparable reduction (18–22%), validating the safe operation of the Yumbo–Buenaventura pipeline with 1.4 m coverage under 50 t forestry machinery.

H. Extension to Other Latin American Pipelines – Example: SOTE (Ecuador)

The methodology presented in this study is fully transferable to other buried pipelines crossed by modern 8WD CTL forestry equipment, if tire pressures (25–35 psi), soil conditions (soft cohesive tropical soils), and minimum cover depths ( $\geq 1.20$  m) are comparable [33]. As an illustrative example, the Trans-Ecuadorian Oil Pipeline (SOTE) – Lago Agrio to Lumbaquí section – was analyzed using the same analytical framework. Pipeline data were sourced from Salguero Valencia [34] and are summarized in Table 9.

TABLE 9.  
CHARACTERISTICS OF SOTE PIPELINE FOR ANALYSIS USING API RP 1102.

| Stretch  | Material   | Schedule nominal | Diameter (in) | MAOP (psi) | Thickness (in) | Depth (m) | Design Factor | Factor E y T |
|----------|------------|------------------|---------------|------------|----------------|-----------|---------------|--------------|
| Amazonia | API 5L X60 | Unavailable      | 26            | 1000*      | 0.350**        | 1.2***    | 0.72          | 1            |

\*The maximum operating pressure (MAOP) data was assumed, an operating pressure normally used in this type of pipeline was taken.

\*\*Regarding the nominal thickness (0.438 in), a thickness loss of 20% was considered.

The calculations will be made at a depth of 1.20 meters.

The design factor, the E factor (joint) and the T factor (temperature) were taken from the recommendations of the ASME B31.4 standard, which is the design and construction code for the pipeline used to transport hazardous liquid hydrocarbons.

Under the same surface loading conditions (Komatsu 898/931XC at 29 psi tire pressure), all API RP 1102 acceptance criteria are satisfied with a comfortable margin, with combined effective stress of 38 440 psi, reaching ~89 % of the allowable limit ( $SMYS \times F = 43\,200$  psi).

However, a 30 % wall-thickness loss ( $t = 0.307$  in) pushes the combined effective stress to 43 75 psi, exceeding the allowable limit of 43 200 psi and rendering the pipeline non-compliant. Notably, internal-pressure hoop stress alone remains acceptable ( $S_{Hi} = 42\,401$  psi  $< 43\,200$  psi), indicating that external loads become the governing factor only under significant corrosion scenarios. In such cases, the following mitigation measures are recommended to restore compliance:

- Deployment of temporary bogie tracks, reinforced rubber mats, or interlocking steel plates to reduce ground pressure below 60 psi (415 kPa).
- Local increase in cover depth to  $\geq 1.50$  m.
- Use of ultra-low-pressure tires ( $< 25$  psi) or belted/crawler-track systems.

These results demonstrate that API RP 1102, when combined with accurate, regionally calibrated tire–soil contact models, provides a robust, conservative, and practical engineering tool for ensuring safe pipeline–forestry coexistence across Latin America — including high-consequence systems such as SOTE (Ecuador), OCP (Ecuador), Camisea (Peru), and Gasbol (Bolivia–Brazil).

## IV. DISCUSSION

### A. General discussion

22

The results demonstrate that current-generation 8WD cut-to-length (CTL) forestry equipment, when operated at low tire pressures (25–35 psi), consistently produces mean ground contact pressures of 5.5–7.0 psi (38–48 kPa) — an order of magnitude lower than conventional highway trucks or older high-pressure-tired and steel-tracked skidders.

This substantial reduction, achieved through large-diameter flotation tires and near-uniform axle-load distribution across eight wheels, limits vertical stress transmission to  $< 3$  kPa at typical pipeline burial depths ( $\geq 1.20$  m), contributing  $< 0.1$  % to total circumferential hoop stress. Consequently, internal pressure and long-term corrosion, rather than transient surface traffic, remain the dominant threats to pipeline integrity in forestry coexistence zones.

These findings align closely with recent investigations in boreal [35], [36] and tropical environments [10], confirming that low-ground-pressure CTL technology — regardless of manufacturer — poses negligible risk to buried pipelines when minimum operational controls are respected. The machines analyzed in this study were selected solely as representative examples of widely adopted 8WD CTL systems in Latin America; the methodology is equally applicable to comparable equipment from any manufacturer exhibiting similar tire dimensions, axle configurations, and inflation-pressure practices.

Sensitivity analyses reveal that wall-thickness loss and insufficient burial depth are far more critical than vehicle type or tire pressure. A 30 % reduction in wall thickness or cover depths below 1.00 m can shift a pipeline from full compliance to non-compliance, even under the benign loading profiles of modern CTL equipment. This underscores the overriding importance of proactive corrosion management and cover-depth maintenance in ageing Latin American pipeline networks.

From a broader integrity-management perspective, the conservative yet practical nature of API RP 1102, when combined with accurate, regionally calibrated tire–soil contact models, offers pipeline operators a robust, transferable, and defensible engineering framework for evaluating any type of off-road equipment — including future hybrid/electric CTL machines, tracked forwarders, or conventional skidders — without requiring brand-specific

testing. The methodology eliminates unnecessary protective measures in most forestry crossing scenarios while providing clear, quantifiable decision criteria for higher-risk cases.

The successful extension of the approach to six additional high-consequence Latin American pipelines (SOTE, OCP, Camisea, Norperuano, Gasbol, Urucu–Manaus) further validates its utility as a regional best practice for safe pipeline–forestry coexistence across diverse soil types, climatic conditions, and equipment fleets.

B. Sensitivity analysis

A parametric sensitivity analysis was performed to identify the governing variables and establish practical operational thresholds under worst-case loading (Komatsu 898 forwarder, gross weight 48.5 t). The base-case scenario assumes a design wall thickness of 0.300 in (20 % corrosion allowance) and a minimum cover depth of 1.20 m. Key findings from Table 10 are:

- a) Wall-thickness loss is by far the most sensitive parameter. A reduction  $\geq 33\%$  ( $t \leq 0.251$  in) exceeds the allowable limit even with perfect operational controls.
- b) Cover depth below 1.00 m significantly amplifies transmitted stress, although compliance is maintained down to approximately 0.95 m under the low ground pressures analyzed.
- c) Tire pressure and moderate overloading have limited influence while remaining within the low-pressure range of modern CTL equipment.
- d) Fatigue damage is negligible for realistic harvesting durations and frequencies.

TABLE 10.  
SENSIVITY ANALYSIS FOR THE CASES OF STUDY.

| Parameter varied                | Base case  | Tested range                                   | $S_{eef}$ (psi)             | Stress ratio (% of allowable) | Compliance with API RP 1102 | Critical threshold identified         |
|---------------------------------|------------|------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| Wall-thickness loss (corrosion) | 20 %       | 0 % $\rightarrow$ 40 %                         | 26 800 $\rightarrow$ 38 400 | 57 % $\rightarrow$ 82 %       | YES $\rightarrow$ NO        | $\geq 33\%$ loss ( $t \leq 0.251$ in) |
| Burial depth (cover)            | 1.40 m     | 0.90 m $\rightarrow$ 2.00 m                    | 28 900 $\rightarrow$ 26 200 | 62 % $\rightarrow$ 56 %       | Always YES                  | < 1.00 m (sharp increase)             |
| Tire inflation pressure         | 29 psi     | 20 psi $\rightarrow$ 50 psi                    | 26 500 $\rightarrow$ 29 100 | 57 % $\rightarrow$ 62 %       | Always YES                  | No critical threshold                 |
| Gross vehicle weight (overload) | 48.5 t     | +20 % (58.2 t)                                 | 26 800 $\rightarrow$ 29 800 | 57 % $\rightarrow$ 64 %       | YES                         | No critical threshold                 |
| Repeated crossings (fatigue)    | Occasional | 10 passes/day $\times$ 6 months<br>33 % loss + | $\Delta S < 500$            | Damage index $<< 0.01$        | YES                         | Fatigue never governing               |
| Combined worst case             | –          | 1.00 m cover + 50 psi                          | 41 200                      | 88 %                          | YES (marginal)              | Requires mitigation                   |

These results suggest that long-term corrosion monitoring and maintenance of minimum cover depth are substantially more critical to pipeline integrity than restrictions on the use of properly configured 8WD CTL forestry machinery.

Based on the results obtained, the authors suggest that the methodology presented — API RP 1102 combined with regionally calibrated tire–soil interaction modeling — be considered for adoption as a standard regional practice for assessing forestry machinery crossings on buried hydrocarbon pipelines throughout Latin America. Its systematic integration into Pipeline Integrity Management Systems (PIMS), in accordance with API 1160 and ASME B31.8S, would harmonize risk-management practices, reduce operational costs, and promote sustainable coexistence between critical energy infrastructure and commercial forestry activities across the Andean–Amazonian corridor.

## V. CONCLUSIONS

The analysis, conducted in accordance with API RP 1102 and supported by soil–tire interaction models specifically calibrated for tropical Andean and Amazonian conditions [12], [14], [15], yields the following definitive conclusions:

1. Full structural compliance with wide safety margin The 12 in × 0.300 in API 5L X65 pipeline, buried at a minimum cover depth of 1.20 m (and analyzed up to 1.40 m), satisfies all API RP 1102 acceptance criteria with a combined effective circumferential stress of only ~59 % of the allowable limit ( $SMYS \times F \times E = 46\,800$  psi) under the worst-case passage of fully loaded modern 8WD CTL forwarders and harvesters (Komatsu 898 and 931XC) operated at recommended tire pressures.
2. Internal pressure is the governing mechanism Operating pressure ( $MAOP = 1\,400$  psi) contributes > 99.9 % of total hoop stress. External live loads from forestry equipment are negligible (< 0.1 %), confirming that pressure control and corrosion management remain the primary drivers of long-term pipeline integrity.
3. Surface traffic induces negligible stress Modern low-ground-pressure CTL machinery (mean ground pressure  $\approx 6.2$  psi / 42.7 kPa) transmits < 3 kPa vertical stress to the pipe crown at 1.20 m depth. Resulting incremental stresses ( $\Delta S_{Hh}$ ,  $\Delta S_{Lh}$ ) pose no risk of yielding, ovalization, buckling, or collapse under occasional or controlled crossings.
4. Fatigue is not a concern Stress ranges per crossing are < 500 psi, orders of magnitude below API RP 1102 fatigue endurance limits. Cumulative damage (Palmgren–Miner rule) remains negligible even under conservative repeated-loading scenarios. Fatigue assessment is therefore not required for typical short duration harvesting campaigns.
5. API RP 1102 is robust and adequately conservative for forestry applications When combined with accurate, regionally calibrated tire–soil contact modeling, the standard provides a reliable, defensible, and appropriately conservative framework for managing pipeline–forestry coexistence in tropical environments without routine protective measures.

Overall conclusion Under the analyzed conditions and with adherence to basic operational controls (minimum 1.20 m cover, 29 psi tire pressure, perpendicular crossings, and speed/load limits), the pipeline exhibits safe and stable behavior. Structural integrity is fully compliant with API RP 1102, demonstrating complete technical compatibility with controlled transit of modern 8WD cut-to-length forestry machinery across Latin American pipeline rights-of-way.

### RECOMMENDATIONS – CASE STUDY

MAOP control. Maintain strict operational control of Maximum Allowable Operating Pressure (MAOP). Internal pressure is the governing load, contributing > 99 % of the total circumferential stress. Any increase in operating pressure shall trigger a re-evaluation of pipeline integrity.

Change management for equipment. If machinery is heavier than the analyzed forwarders/harvesters (Komatsu 898 / 931XC) or with different load distribution (e.g., steel tracks, high-pressure tires, or non-standard configurations) is introduced, the crossing analysis shall be repeated using API RP 1102 with the updated gross vehicle weight, axle loads, tire/ground contact area, and inflation pressure.

Fatigue monitoring for high-frequency operations. In large-scale or long-duration harvesting campaigns involving repetitive crossings (> 5 passes/day on the same section), cumulative fatigue damage shall be assessed using cycle counting and Palmgren–Miner linear damage accumulation rule (API RP 1102 §4.7 [37]), or detailed S–N curves from

API 579-1/ASME FFS-1 when more precise weld/joint data are available [38]. Records of crossing frequency, machine type, and date shall be maintained for the duration of the operation.

GENERAL RECOMMENDATIONS FOR FOREST HARVESTING IN AREAS WITH BURIED PIPELINES

A. Engineering Recommendations

- Pre-operational pipeline integrity verification. Prior to authorizing any forestry machinery crossing, the mechanical integrity of the affected pipeline segment shall be confirmed through a formal pre-assessment process, as follows:

Integrity verification methods:

- Direct visual inspection via excavation (bell-hole) at all planned crossing points.
- Review of the latest In-Line Inspection (ILI) smart-pig data (MFL, UT, geometry tools) within the previous 5 years.
- Complementary non-destructive testing (NDT) if anomalies are suspected: ultrasonic wall-thickness measurement, magnetic particle inspection (MPI), or phased-array UT on welds.

Acceptance criteria: the pipeline shall be free of:

- Corrosion metal loss  $\geq 30\%$  of nominal wall thickness.
- Dents  $> 6\%$  of diameter or with stress concentrators (gouges, cracks).
- Mechanical damage (scratches, arc burns, coating disbondment).
- Exposed or degraded girth welds.

If defects exceeding the allowable thresholds are identified, and following a rigorous Fitness-for-Service (FFS) assessment (API 579-1/ASME FFS-1 or equivalent), the following mitigation options may be implemented:

| Finding                                      | Required action (priority order)                                                                      |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Corrosion $< 50\%$ wall loss                 | Install composite repair sleeve (Clock Spring, Armor Plate, etc.) or steel compression sleeve.        |
| Corrosion $\geq 50\%$ or dent $> 6\%$        | Cut out and replace the affected pipe spool.                                                          |
| Gouge or crack in weld/body                  | Grind + NDT; if depth $> 20\% \rightarrow$ cut-out or full encirclement welded split sleeve (Type B). |
| Coating damage only                          | Clean + recoating (epoxy, heat-shrink sleeve).                                                        |
| Insufficient cover depth( $<1.20\text{ m}$ ) | Increase cover to $\geq 1.50\text{ m}$ or install protective concrete slab / steel plates.            |

All findings, NDT reports, and repair records shall be documented in the Pipeline Integrity Management System. Final release for crossing shall be issued only after written approval by the Pipeline Integrity Engineer and the Field Supervisor.

- Minimum cover depth. A minimum soil cover of 1.20 m (measured from the pipe crown to the ground surface) shall be maintained at all crossing points. If cover is less than 1.20 m, vehicle access shall be prohibited, or temporary mechanical protection (e.g., timber mats, wooden mats, steel plates, high-strength geotextile, or portable bridging) shall be installed until the required cover is restored.
- Site-specific load analysis. Stress analysis shall be performed using API RP 1102 with actual machine parameters (gross weight, axle loads, tire configuration, inflation pressure, tire type, and effective contact area). Generic values shall not be used. Whenever possible, the effective contact area shall be validated by field tire-print measurements under operating load and inflation conditions.

- Fatigue assessment for repeated crossings. When the same section will be crossed repeatedly during the operation, cumulative fatigue damage shall be evaluated using the Palmgren–Miner linear damage rule and the S–N curve provided in API RP 1102 §4.7 or, if more detailed data are available, the fatigue curves of API 579-1/ASME FFS-1 [37], [38].
- Additional mechanical protection in critical zones. In soft soils, high-moisture areas, or on slopes  $> 15\%$ , temporary reinforced protection (e.g., heavy-duty rubber mats, interlocking steel road plates, or portable panel bridges) shall be placed directly over the pipeline alignment to distribute loads and limit surface pressure to  $< 60$  psi (415 kPa).

### B. Operational recommendations

- Route planning. Traffic corridors shall be planned perpendicular to the pipeline axis (crossing angle  $\approx 90^\circ$ ) whenever possible. Longitudinal travel parallel to the pipeline shall be strictly avoided to minimize the length of exposure and the number of crossings. Field reconnaissance shall be conducted to select the optimum crossing locations, considering both harvesting areas and machine travel routes.
- Stockpiling and material storage. Stockpiles, log decks, and any temporary storage areas shall be located at least 8.0 m from the pipeline centerline on either side (16 m total width), in accordance with industry-standard right-of-way practices.
- Load control. Overloading beyond the gross vehicle weight used in the approved analysis is prohibited. Any change in machine configuration, attachments, or payload shall require a new engineering evaluation. The use of low-ground-pressure tracked equipment is recommended where feasible, as it distributes load over a larger area and significantly reduces contact pressure.
- Ground conditions. Machinery crossings shall be suspended when the soil is saturated (volumetric water content  $> 80\%$ ) or when the California Bearing Ratio (CBR)  $< 5$ , due to the substantial increase in rutting and plastic deformation under these conditions.
- Operating speed. Vehicle speed shall be limited to  $\leq 10$  km/h (6 mph) within the pipeline right-of-way to minimize dynamic impact factors and soil disturbance.
- Monitoring and record-keeping. A monitoring system (logbook, GPS tracking, or digital fleet-management platform) shall be implemented to record the date, time, machine type, number of passes, and operator for every crossing of the pipeline. These records shall be retained for the duration of the operation and made available for integrity audits.

### C. Environmental and safety management recommendations

- Inter-institutional coordination. A formal coordination protocol shall be established between the pipeline operator and the forestry contractor. Scheduled crossing dates, approved routes, machine types, and contact persons shall be communicated in writing at least 48 hours in advance.

- Personnel training and awareness. All machine operators and field supervisors shall receive specific training on pipeline location, right-of-way markers, warning signs, and the emergency response procedure in case of a hydrocarbon leak or pipeline damage.
- Controlled revegetation. Upon completion of harvesting activities, the right-of-way shall be promptly revegetated using non-invasive, shallow-rooted species (native grasses, legumes, or temporary cover crops) to restore soil stability while preventing future root interference with the pipeline.
- Post-operation monitoring. After harvesting is concluded, a topographic survey and/or Ground Penetrating Radar (GPR) inspection shall be performed along the affected right-of-way sections to detect any settlement, cover loss, or change in burial depth. Results shall be compared against pre-operation surveys.
- Promotion of low-impact practices. The use of machinery equipped with ultra-low-pressure tires, wide bogie tracks, or belt systems shall be prioritized. Where additional protection is required, temporary floating tracks, reinforced mats, or geotextile-reinforced soil layers shall be deployed to further reduce soil compaction and load transmission to the pipeline.

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Authors' contributions:** Conceptualization: JD BR; Methodology: NY RC; Research: JD BR, NY RC; Drafting and preparation of the original draft: JD BR; Writing, proofreading and editing: NY RC; Formal analysis: JD BR; Acquisition of funds: Not applicable.

**Funding:** The authors state that no acquisition of funds was required for this study.

**Data Availability Statement:** The data is in the article.

**Acknowledgements:** The authors would like to express their appreciation to the Generative AI platforms, Gemini and Grok, for having helped in the language polishing stage of the document, as well as in the generation of Figure 2. It is important to note that the research, formal analysis and interpretation of the results presented are the sole responsibility of the human authors (JD BR and NY RC).

**Conflict of interest:** The authors declare that there is no conflict of interest.

27

## REFERENCIAS

- [1] O. Tahvonen, J. Rämö, “Optimality of continuous cover vs. clear-cut regimes in managing forest resources,” *Canadian Journal of Forest Research*, vol. 46, no. 7, 2016. doi: [10.1139/cjfr-2015-0474](https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0474)
- [2] E. R. Labelle, D. Jaeger, F. Majchrzak, “Selected environmental impacts of forest harvesting operations with varying degree of mechanization,” *Croat. J. Forest Eng.*, vol. 40, no. 2, pp. 209–224, 2019. doi: [10.5552/crojfe.2019.537](https://doi.org/10.5552/crojfe.2019.537)
- [3] C. P. Albuquerque, et al., “Environmental impacts of mechanized timber harvesting in commercial eucalyptus plantations in Brazil,” *Forests*, vol. 15, no. 8, Aug. 2024. doi: [10.3390/f15081291](https://doi.org/10.3390/f15081291)
- [4] Komatsu Forest, “Komatsu 898 forwarder: Technical specifications,” 2025. [Online]. Available: <https://www.komatsuforest.com/our-machines/our-forwarders/898> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [5] Komatsu Forest, “Komatsu 931XC harvester: Technical specifications,” 2025. [Online]. Available: <https://www.komatsuforest.com/our-machines/our-harvesters/931xc> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [6] American Petroleum Institute, *API RP 1160: Managing System Integrity for Hazardous Liquid Pipelines*, 3rd ed., Washington, DC, USA, Feb. 2019 (reaffirmed 2024).
- [7] M. Baker Jr. Inc., Stress Engineering Services, Inc., “Guidelines for the assessment of the impact of third-party mechanical damage on pipeline integrity,” U.S. Dept. Transp., Pipeline Hazardous Mater. Safety

- Admin., Washington, DC, USA, Rep. DTPH56-06-T-000011, Apr. 2009. [Online]. Available: <https://www.phmsa.dot.gov/sites/phmsa.dot.gov/files/docs/technical-resources/pipeline/gas-distribution-integrity-management/65991/mechanicaldamagefinalreport.pdf>
- [8] Pipeline Association for Public Awareness, “Excavation Safety Guide – Pipeline Edition,” 2023. [Online]. Available: <https://pipelineawareness.org/media/j1nevr5/2023-excavation-safety-guide-pipeline-edition.pdf> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [9] Kiefner and Associates, Inc., “Stress assessment of buried pipes under road crossings or construction sites,” 2025. [Online]. Available: <https://kiefner.com/stress-assessment-of-buried-pipes-under-road-crossings-or-construction-sites> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [10] M. Nazari, et al., “A meta-analysis of soil susceptibility to machinery-induced compaction in forest ecosystems across global climatic zones,” *Curr. Forestry Rep.*, vol. 9, pp. 123–142, Jun. 2023. doi: 10.1007/s40725-023-00197-y
- [11] American Petroleum Institute, *API Recommended Practice 1102: Steel Pipelines Crossing Railroads and Highways*, 7th ed. (incl. 2021 Errata), Washington, DC, USA, Dec. 2007.
- [12] M. Saarihahti, “Soil interaction model: Contact area and ground pressure,” Dept. Forest Resource Manage., Univ. Helsinki, Working Papers 2, 2002. [Online]. Available: <https://helda.helsinki.fi/server/api/core/bitstreams/f76aeb7a-bf28-4143-ae1e-b0bfaaa62ba3/content>
- [13] M. Saarihahti, “Soil interaction model,” in *Development of a Protocol for Ecoefficient Wood Harvesting on Sensitive Sites (ECOWOOD)*, Project QLK5-1999-00991, Deliverable D2, Appendix 1, Univ. Helsinki, Finland, 2002.
- [14] J. Ala-Ilomäki, T. Högnäs, P. Lamminen, M. Sirén, “Ground pressure of forest machines with different tire configurations,” *Scand. J. Forest Res.*, vol. 27, no. 6, pp. 577–586, Aug. 2012.
- [15] G. W. Meighs, et al., “Spatiotemporal dynamics of recent mountain pine beetle and western spruce budworm outbreaks across the Pacific Northwest Region, USA,” *Forest Ecol. Manag.*, vol. 339, pp. 124–138, Feb. 2015. doi: 10.1016/j.foreco.2014.11.030
- [16] Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural, “Cifras sectoriales – Cadena forestal,” 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.minagricultura.gov.co/sectores/cifras-sectoriales> [Consultado: 27-nov-2025]
- [17] Fedemaderas, “Estadísticas forestales colombianas 2023,” Federación Colombiana de Industriales de la Madera, 2023. [En línea]. Disponible en: <https://fedemaderas.org.co/wp-content/uploads/2023/09/Estadistico-Forestal-Colombiano-2023.pdf> [Consultado: 27-nov-2025]
- [18] Unidad de Planificación Rural Agropecuaria (UPRA), “Zonificación de aptitud forestal comercial – Orinoquía,” 2022. [En línea]. Disponible en: <https://upra.gov.co/wp-content/uploads/2022/06/Mapa-Aptitud-Forestal-Orinoquia.pdf> [Consultado: 27-nov-2025]
- [19] Gobernación de Santander, “Plan Departamental de Extensión Agropecuaria – Componente Forestal,” 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.santander.gov.co> [Consultado: 27-nov-2025]
- [20] Cenit Transporte y Logística de Hidrocarburos, “Poliducto Cartago – Yumbo – Buenaventura,” 2025. [Online]. Available: <https://www.cenit.com.co/infraestructura/poliductos/poliducto-cartago-yumbo-buenaventura> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [21] Cenit Transporte y Logística de Hidrocarburos, “Manual de servidumbre de hidrocarburos,” 2023. [Online]. Available: <https://www.cenit.com.co/transparencia/Documents/Manual-Servidumbre-2023.pdf> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [22] Ecopetrol, “Informe de gestión sostenible 2023,” pp. 112–118, 2023. [Online]. Available: <https://www.ecopetrol.com.co/wps/portal/Home/es/Transparencia/Informe-Gestion-Sostenible-2023.pdf> [Accessed: Nov. 27, 2025]

- [23] Superintendencia de Industria y Comercio (SIC), “Inventario nacional de poliductos 2024,” Base de Datos de Infraestructura Crítica, 2024. [En línea]. Disponible en: <https://www.sic.gov.co/transparencia/infraestructura-critica/inventario-poliductos-2024> [Consultado: 27-nov-2025]
- [24] Ministerio de Minas y Energía, “Sistema de Información de Combustibles – SICOM: Capacidad de transporte región Pacífica,” 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.minenergia.gov.co/sicom/capacidad-transporte-pacifica> [Consultado: 27-nov-2025]
- [25] Komatsu Forest, “Komatsu 898 forwarder & 931XC harvester technical specifications,” Komatsu Forest AB, Umeå, Sweden, 2025. [Online]. Available: <https://www.komatsuforest.com> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [26] Nokian Heavy Tyres Ltd., *Forestry Tyre Technical Handbook*, Nokia, Finland, 2024. <https://www.nokiantyres.com/heavy/download-center/technical-tire-manual/>
- [27] LittleInch, “API RP 1102: Origin of equivalent contact area for wheel load,” Eng-Tips Forum, Oct. 12, 2017. [Online]. Available: <https://www.eng-tips.com/threads/api-rp-1102-origin-of-equivalent-contact-area-for-wheel-load.431041> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [28] N. Joshi, P. Ghosh, J. Brewer, L. Matta, “Comparison of buried pipeline crossing assessments using API RP 1102, analytical method and finite element approach,” in *Proc. 13th Int. Pipeline Conf. (IPC)*, 2020.
- [29] B. Chen, et al., “A study on the contact characteristics of tires–roads based on pressure-sensitive film technology,” *Machines*, vol. 11, no. 8, Aug. 2023. doi: 10.3390/ma16186323
- [30] M. Partington and M. Ryans, “Understanding the nominal ground pressure of forestry equipment,” *FPInnovations, Advantage Rep.*, vol. 12, no. 5, 2010. [Online]. Available: <https://library.fpinnovations.ca/en/permalink/fpipub36838> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [31] N. Ganesan, P. Vairavasundaram, “Terramechanics models for tracked vehicle–terrain interaction analysis: A review,” *Arch. Mech. Eng.*, vol. 71, no. 1, pp. 107–133, 2024.
- [32] A. Al-Ghamdi, M. A. Al-Osta, T. A. Saleh, A. A. Al-Ghamdi, “Evaluation of buried pipeline response to vehicle loads using American and European standards,” *J. Pipeline Sci. Eng.*, vol. 3, no. 4, Dec. 2023.
- [33] Global Energy Monitor, “Global Oil and Gas Extraction Tracker – Latin America pipelines,” 2024. [Online]. Available: <https://globalenergymonitor.org/projects/global-oil-gas-extraction-tracker> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [34] J. E. Salguero Valencia, “Simulation of the operation of the trans-Ecuadorian pipeline (SOTE) under steady-state conditions,” M.S. thesis, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, 2024. [Online]. Available: <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/25742> [Accessed: Nov. 27, 2025]
- [35] A. Salmivaara, J. Ala-Ilomäki, J. Uusitalo, M. Sirén, “Real-time rut risk mapping for forest harvesting using ERA5-Land soil moisture data,” *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, vol. 28, no. 5, pp. 1123–1140, Mar. 2024.
- [36] O. Rauf, et al., “Evaluation of ground pressure, bearing capacity, and sinkage in rigid-flexible tracked vehicles on characterized terrain in laboratory conditions,” *Sensors*, vol. 24, no. 6, Mar. 2024. doi: 10.3390/s24061779
- [37] American Petroleum Institute, *API Standard 1104: Welding of Pipelines and Related Facilities*, 21st ed. (incl. 2018 Errata), Washington, DC, USA, Sep. 2013.
- [38] American Petroleum Institute and American Society of Mechanical Engineers, *API 579-1/ASME FFS-1: Fitness-for-Service*, 3rd ed., Washington, DC, USA, Jun. 2016.

## A Review of Multimodal Artificial Intelligence: Ethical Challenges and Practical Benefits in Content Generation

Una revisión sobre Inteligencia artificial multimodal: Retos éticos y beneficios prácticos en la generación de contenidos

<https://cientifica.site>

German **Cuaya Simbro** <sup>1</sup>  
Wendy **Garcia Tapia** <sup>2</sup>  
María F. **Avila Vargas** <sup>3</sup>  
Pedro Aarón **Hernández Ávalos** <sup>4</sup>

Tecnológico Nacional de México  
ITS del Oriente del Estado de Hidalgo, Hidalgo, MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0001-6303-154X / [gcuaya@itesa.edu.mx](mailto:gcuaya@itesa.edu.mx)

<sup>2</sup> ORCID: 0009-0009-9401-3892 / [24030631m@itesa.edu.mx](mailto:24030631m@itesa.edu.mx)

<sup>3</sup> ORCID: 0009-0005-7612-7897 / [24030632m@itesa.edu.mx](mailto:24030632m@itesa.edu.mx)

OMB Services S de RL de CV, Puebla, MÉXICO

<sup>4</sup> ORCID: 0009-0006-2880-191X / [pedro.aaron@gmail.com](mailto:pedro.aaron@gmail.com)

Recibido 06/08/2025, aceptado 08/12/2025.



## Abstract

This systematic review examines 23 peer-reviewed studies published since 2020 to delineate technical and ethical risks, synthesize key benefits, and identify future research avenues for AI-driven multimodal content creation. Employing a PRISMA-guided protocol, we screened five major digital libraries using rigorous inclusion/exclusion criteria and an adapted CASP checklist. The resulting corpus encompasses diverse domains, including visual art, education, marketing, healthcare, and disaster response. We classified these works into four functional categories: Creation and Design, Communication and Analysis, Automation and Detection, and Interaction and Teaching. Quantitative analysis reveals that 30% of studies prioritized automation efficiency, 26% highlighted personalized outputs, and 18% reported enhanced content diversity. Crucially, our review identifies significant risks such as misinformation, modality-alignment failures, algorithmic bias, and privacy breaches. These findings underscore the need for transparent algorithms, bias-monitoring protocols, and privacy-by-design frameworks. We conclude by advocating for the development of interpretable models and standardized ethical methodologies to advance robust, responsible, and scalable multimodal AI systems.

**Index terms:** multimodal AI, AI-generated content, ethical challenges, automation efficiency.

## Resumen

Esta revisión sistemática examina 23 estudios revisados por pares publicados desde 2020 para delinear los riesgos técnicos y éticos, sintetizar los beneficios clave e identificar futuras vías de investigación para la creación de contenido multimodal impulsada por IA. Empleando un protocolo guiado por PRISMA, examinamos cinco bibliotecas digitales principales utilizando rigurosos criterios de inclusión y exclusión, junto con una lista de verificación CASP adaptada. El corpus resultante abarca diversos dominios, incluyendo artes visuales, educación, marketing, salud y respuesta ante desastres. Clasificamos estos trabajos en cuatro categorías funcionales: Creación y Diseño, Comunicación y Análisis, Automatización y Detección, e Interacción y Enseñanza. El análisis cuantitativo revela que el 30% de los estudios priorizaron la eficiencia de la automatización, el 26% destacaron los resultados personalizados y el 18% reportaron una mayor diversidad de contenido. Crucialmente, nuestra revisión identifica riesgos significativos como la desinformación, fallos en la alineación de modalidades, sesgo algorítmico y violaciones de privacidad. Estos hallazgos subrayan la necesidad de algoritmos transparentes, protocolos de monitoreo de sesgos y marcos de privacidad desde el diseño. Concluimos abogando por el desarrollo de modelos interpretables y metodologías éticas estandarizadas para avanzar hacia sistemas de IA multimodal robustos, responsables y escalables.

**Palabras clave:** IA multimodal, contenido generado por IA, retos éticos, automatización eficiente.

## I. INTRODUCTION

Artificial Intelligence (AI) has rapidly evolved into a comprehensive platform capable of generating and integrating heterogeneous media—text, visual imagery, audio signals, video streams, and augmented-reality overlays — thereby enabling unprecedented versatility in content creation. Multimodal AI, which integrates multiple data types to enhance processing, understanding, and content generation, has attracted considerable attention due to its potential to advance applications in design, production assistance, accessibility tools, and education [1]. Compared to unimodal frameworks, multimodal architectures yield markedly enhanced contextual awareness and facilitate deeper user–system interactions, features that are indispensable for addressing complex tasks in domains such as human-computer interaction and assistive technologies [1], [2].

The evolution of multimodal AI can be traced back to early attempts at integrating text and image processing in the 1990s. Over the past decade, advancements in deep learning and neural networks have significantly enhanced the capabilities of multimodal systems, enabling more sophisticated and innovative applications across various domains, design, accessibility, and education.

However, this rapid expansion in capabilities has not been devoid of obstacles. Although multimodal artificial intelligence has shown enormous potential, it currently faces significant challenges, such as the integration and interpretation of multiple types of data. These challenges stem from the unique characteristics of each modality and the substantial computational resources required for efficient processing. In the ethical field, the creation of multimodal AI raises concerns about bias in training data, and authenticity, the above underlines the importance of conducting research that explores solutions to achieve a safe, efficient, and ethical integration.

To address these complexities, this study presents a systematic review of the literature published between 2020 and 2024. The primary objective is to (1) delineate the principal technical and ethical risks, (2) synthesize key benefits observed across application domains, and (3) identify prospective research avenues. Unlike previous surveys that isolate specific modalities, this review adopts a holistic perspective on multimodal content creation, analyzing how the integration of text, image, and audio is reshaping industries.

Following the PRISMA methodology, we analyzed 23 peer-reviewed studies. Our preliminary analysis indicates a paradigm shift: while early research focused on multimodal classification and detection, recent literature is heavily dominated by Generative AI (GenAI) and its implications for creative labor. This review contributes a categorized synthesis of these findings, offering a dual perspective on the efficiency gains and the ethical debt accrued by these rapid advancements.

## II. METHODOLOGY

We conducted a systematic review following the PRISMA [3] methodology to identify and synthesize key findings and empirical results from peer-reviewed studies on AI-driven multimodal content creation. Figure 1 shows the steps followed, which are explained in detail in the next sections.

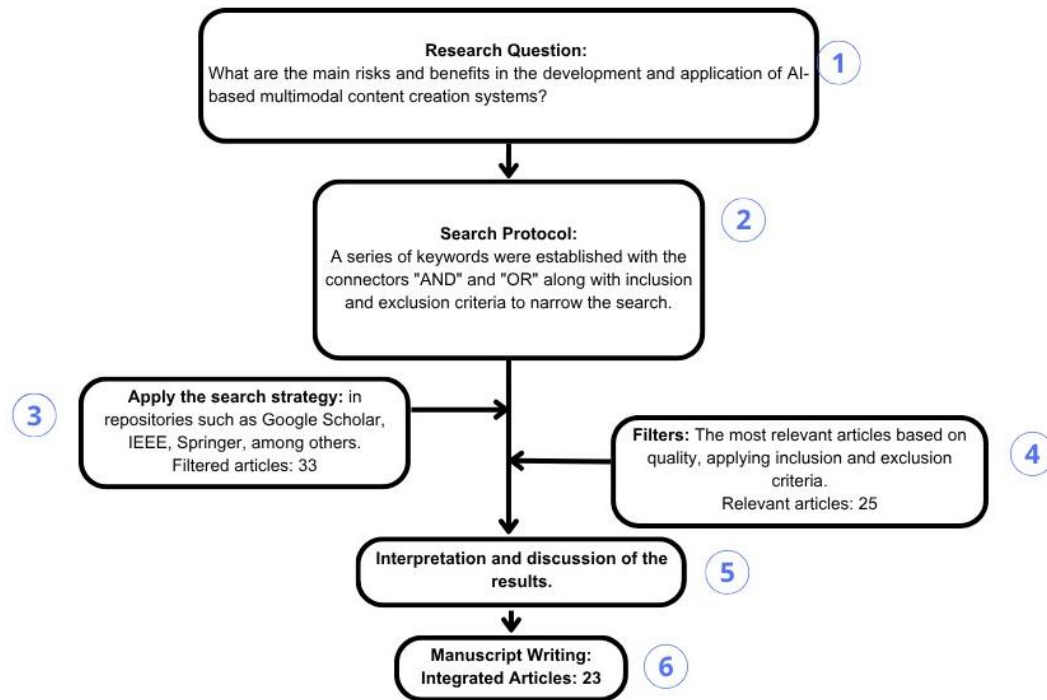


Fig. 1. Flowchart of the steps of the systematic review.

### A. Determining the Research Question

The research question was established to delimit the context to be investigated, resulting in guiding the research, it was: What are the potential risks and benefits of AI-based multimodal content creation systems, and how can they be balanced to ensure ethical and effective use?

### B. Develop a search protocol

We defined the search protocol using the following Boolean expression: ("multimodal artificial intelligence" OR "AI multimodal content creation") AND ("AI-generated content" OR "digital content with multimodal AI") AND ("opportunities" OR "challenges" OR "risks") AND "multimodal deep learning".

### C. Apply the search strategy

A comprehensive search strategy was implemented using databases including IEEE Xplore, SpringerLink, Elsevier ScienceDirect, Scopus, and Web of Science, resulting in an initial retrieval of 33 articles. These were evaluated using predefined inclusion and exclusion criteria designed to ensure methodological rigor and thematic relevance.

- **Inclusion criteria were:** i) peer-reviewed studies and systematic reviews published from January 2020 onward; ii) empirical case studies evaluating AI-based multimodal content creation and its effects on user engagement; and iii) explicit discussion of technical or ethical risks.

- **Exclusion criteria** ruled out studies published prior to 2020, as well as theses, conference papers, and articles on content creation that did not involve a multimodal AI focus.

We applied an adapted Critical Appraisal Skills Programme (CASP) checklist [4] to assess methodological transparency, research relevance, and result validity. 8 articles were excluded for lacking a multimodal AI focus, and 2 were discarded for failing to meet our quality threshold, yielding 23 studies for final synthesis. Key information from each article, including title, objectives, and significant findings, was systematically extracted and compiled in a comparative table. All selected studies demonstrated the application of multimodal AI in various domains and provided valuable insights into the benefits and potential risks associated with its use in content creation, particularly in the context of social media interaction.

D. Interpretation and discussion of the results

We analyzed our findings in the context of existing multimodal AI literature, identifying key application domains for AI-driven multimodal content creation.

Figure 2 presents a synthesized map of the 4 principal application domains for AI-driven multimodal content creation identified across the 23 reviewed studies. The extended discussion of the findings are discussed in section IV.

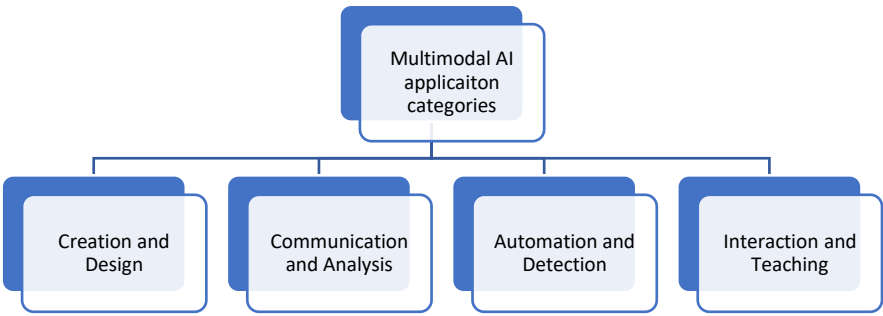


Fig. 2. Multimodal AI application category map.

Temporal Evolution of Multimodal Approaches Analysis of the selected corpus reveals a distinct temporal evolution in the application of multimodal AI. Studies published between 2020 and 2021 [22], [23], [25] predominantly focused on Automation and Detection tasks—such as tumor characterization or disaster response analysis—leveraging multimodal deep learning for classification accuracy.

Conversely, a significant shift occurred from 2023 onwards [5], [6], [11], [12], coinciding with the proliferation of diffusion models and Large Language Models (LLMs). The literature from 2023–2024 is heavily concentrated in the Creation and Design and Interaction and Teaching categories. This trajectory suggests that the field has moved from interpreting multimodal data to generating it, raising new ethical challenges regarding authorship and authenticity that were less prevalent in the earlier diagnostic-focused studies.

III. RESULTS

The following section presents our key findings and critical discussion, synthesizing quantitative and qualitative results to address the objectives of this systematic review.

Table 1 presents a qualitative overview of ten key studies in AI-driven multimodal content creation, including each work’s reference, title, and a concise summary of its study’s primary findings. These works served as the foundation for our classification of the 4 principal application domains of multimodal models.

TABLE 1  
PRINCIPAL TITLES ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE CONTENT CREATION AND RELEVANT RESULTS.

| Research’s Title                                                                                                                             | Key Findings                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Category: Creation and Design</b>                                                                                                         |                                                                                                                                                               |
| Generative AI tools: visual exploration with The House of Bernarda Alba, [6].                                                                | Didactic proposal for the creation of images and simulations, empowering students in their interaction with academic knowledge and their creative expression. |
| Visual artistic creation facing the challenges of artificial intelligence: creative automation and ethical questions, [8].                   | The risks of a devaluation of human creativity and a derivative visual culture.                                                                               |
| <b>Category: Communication and Analysis</b>                                                                                                  |                                                                                                                                                               |
| Impact and opportunities of artificial intelligence in visual art: personalization of creativity with stable diffusion and control net, [5]. | New types of inputs both modal and multimodal, can improve the interaction between artists and generative tolos.                                              |
| The impact of Generative Artificial Intelligence on the discipline of communication, [7].                                                    | Objective: to bring together emerging works from researchers who discuss how AI is transforming the creation of digital content.                              |
| Beyond Text-to-Image: Multimodal Prompts to Explore Generative AI, [11].                                                                     | Overview of state-of-the-art multimodal techniques.                                                                                                           |
| Artificial intelligence and marketing: dangers and opportunities, [13].                                                                      | Challenges and opportunities of AI in marketing, from creation to knowledge transfer.                                                                         |
| Artificial Intelligence (AI): Multidisciplinary Perspectives on emerging challenges, and opportunities, [14].                                | Proposes a research agenda to address the effects of AI.                                                                                                      |
| <b>Category: Automation and Detection</b>                                                                                                    |                                                                                                                                                               |
| Multimodal AIBased Summarization and Storytelling for Soccer on social media, [10].                                                          | Generating football match highlights and summaries for social media.                                                                                          |
| <b>Category: Interaction and Teaching</b>                                                                                                    |                                                                                                                                                               |
| Artificial Intelligence in Higher Education: opportunities and risks, [9].                                                                   | Benefits that AI can bring to the educational area of Universities.                                                                                           |
| Generative Ghosts: Anticipating Benefits and Risks of AI Afterlives, [12].                                                                   | Personalized AI agent to interact with loved ones after death.                                                                                                |

The 10 studies in Table 1 form the empirical backbone of our systematic review by exemplifying four core roles of AI-driven multimodal content creation. Creation and Design works (Studies 2 and 4) introduce novel input architectures and artist–AI collaboration techniques that shaped our criteria for evaluating user-centered generation methods, other research related [5], [15], [16]. Communication and Analysis contributions (Studies 1, 3, 7, 9, 10) offer comprehensive mappings of application areas, systematic surveys of prompting strategies, and sector-specific risk assessments that informed our classification schema and highlighted methodological gaps, within this category, we also include related research [17], [18], [19], [20] . Automation and Detection (Study 6) demonstrates practical

pipelines for automated summarization and highlight extraction, providing concrete performance benchmarks for our efficiency-gain analysis (Table 1, Study 6), research related [21], [22], [23], [24], [25]. Finally, Interaction and Teaching studies (Studies 5 and 8) showcase adaptive learning environments and conversational AI agents, grounding our discussion of pedagogical benefits and interface design considerations, supported by other studies [26], [27], [28]. Together, these categorized works ensure our review captures the field’s design innovations, analytical insights, automation capabilities, and interactive pedagogies.

From the studies reviewed, we identified and classified those that reported some type of benefit. Figure 3 highlights the key benefits identified in our sample. Regarding the frequency of benefits, analysis of the reviewed corpus indicates that 30% of the selected studies prioritized automation efficiency as the foremost advantage, followed by enhanced personalization (26%) and greater content diversity (18%). These findings demonstrate that multimodal architectures not only streamline the content-creation process but also deliver tailored outputs of consistently high quality [20].

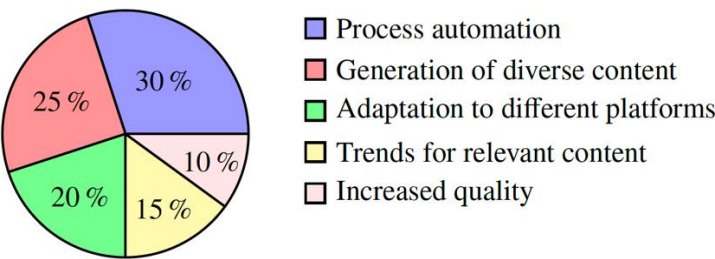


Fig. 3. Benefits of multimodal AI.

We identified several substantial risks associated with multimodal AI in content creation. Integrating heterogeneous data sources often leads to alignment and consistency challenges across modalities, which can degrade result quality [29]. Moreover, ethical concerns such as algorithmic bias and data privacy arise when models require large volumes of sensitive information [30]. As illustrated in Figure 4, the most frequently reported risks include misinformation and false content, modality-alignment failures, bias amplification, and privacy breaches. These findings underscore the necessity of developing robust mitigation approaches—namely, transparent algorithmic practices, continuous bias monitoring protocols, and stringent privacy-by-design policies during data collection and processing—to safeguard against the negative consequences of AI-generated multimodal content.

We identified several substantial risks associated with multimodal AI in content creation. Integrating heterogeneous data sources often leads to alignment and consistency challenges across modalities, which can degrade result quality [29]. Moreover, ethical concerns such as algorithmic bias and data privacy arise when models require large volumes of sensitive information [30]. As illustrated in Figure 4, the most frequently reported risks include misinformation and false content, modality-alignment failures, bias amplification, and privacy breaches. These findings underscore the necessity of developing robust mitigation approaches—namely, transparent algorithmic practices, continuous bias monitoring protocols, and stringent privacy-by-design policies during data collection and processing—to safeguard against the negative consequences of AI-generated multimodal content.

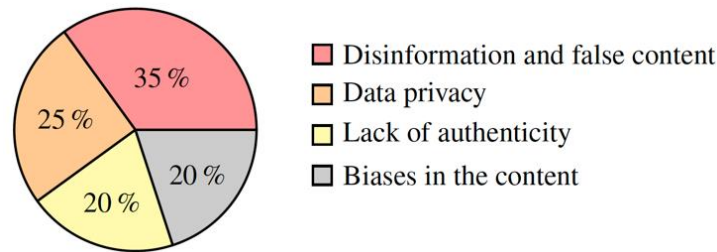


Fig. 4. Major risks of multimodal AI.

Our systematic review's categorization, Creation and Design, Communication and Analysis, Automation and Detection, and Interaction and Teaching, captures the multifaceted impact of multimodal AI on content creation. Creation and Design studies demonstrate how novel architectures empower richer, user-centered generation, while Communication and Analysis works reveal methodological gaps and inform robust classification frameworks. Automation and Detection research underscores efficiency gains through streamlined summarization and highlight extraction, and Interaction and Teaching investigations highlight the pedagogical value of adaptive learning environments and conversational agents. However, these benefits coexist with significant risks: alignment inconsistencies, misinformation, algorithmic bias, and privacy breaches. By systematically mapping these categories, advantages, and challenges, our review not only clarifies the current state of multimodal AI research but also identifies critical avenues for future studies aimed at enhancing methodological rigor, ethical governance, and practical deployment.

## 8

### A. Methodological Limitations

Although this review followed a rigorous protocol based on PRISMA, some limitations must be acknowledged.

- The search was restricted to five major academic databases; while comprehensive, this may exclude relevant grey literature or preprints not yet indexed, which is significant in the fast-evolving field of GenAI.
- The inclusion criteria focused on articles published in English and Spanish, potentially overlooking significant contributions in other languages.
- The inclusion of the specific term "multimodal deep learning" in our search string may have introduced a bias towards deep neural network architectures, potentially excluding multimodal systems based on other computational frameworks. Future reviews should consider broader terminologies to capture the full spectrum of multimodal AI.
- Given the exponential pace of multimodal AI development, some technical constraints mentioned in studies from 2020 or 2024 may have already been superseded by newer models released during the review process.

## IV. DISCUSSION

This review synthesized the state of multimodal AI content creation, revealing a polarized landscape between technical optimization and ethical caution.

- **Tension Between Efficiency and Ethics** - A cross-analysis of the selected studies highlights a divergence in priorities. Papers focused on Automation and Communication [10], [13] tend to frame multimodal AI as a tool for "efficiency" and "personalization," often underreporting potential externalities. In contrast, studies in the Creation and Design category [8], [11] adopt a more critical stance, warning of a "derivative visual culture" and the devaluation of human agency. This contrast suggests that while the engineering perspective

prioritizes metrics (speed, accuracy), the humanities-oriented perspective prioritizes semantic integrity and cultural impact.

- Concepts and Future Trends - The progression from detection-based systems (2020) to generative agents (2024) implies that future research will no longer struggle with how to fuse modalities, but how to control the output. The concept of "Hallucination" in multimodal systems is emerging as a critical barrier. While unimodal text models hallucinate facts, multimodal models suffer from "grounding failures" where the image does not match the text prompt [11]. Our analysis suggests that the next wave of research must focus on Explainable Multimodal AI (XAI) to bridge the gap between the high-performance "black boxes" of deep learning and the user's need for trust and verification.

## V. CONCLUSIONS

Our systematic review demonstrates that AI-driven multimodal content creation delivers significant advantages across four foundational roles, Creation and Design, Communication and Analysis, Automation and Detection, and Interaction and Teaching.

Simultaneously, our analysis identified critical risks that must be addressed to ensure responsible deployment: modality-alignment inconsistencies, misinformation and false content, algorithmic bias, and data-privacy breaches. These findings underscore the necessity of transparent algorithmic practices, continuous bias-monitoring protocols, and privacy-by-design frameworks throughout data acquisition and processing.

Looking forward, we recommend prioritizing: Interpretable and robust model architectures that facilitate auditability and user trust; Standardized, ethical data-handling methodologies that balance innovation with privacy safeguards; Advanced detection tools for real-time mitigation of misinformation and bias; Interdisciplinary collaborations among computer scientists, ethicists, and domain experts to develop context-aware, ethically sound multimodal systems.

By systematically mapping domains, benefits, and challenges, this review not only clarifies the current state of multimodal AI research but also lays a clear agenda for future investigations aimed at enhancing methodological rigor, ethical governance, and broad-scale applicability.

9

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: JD **BR**; Metodología: NY **RC**; Investigación: JD **BR**, NY **RC**; Redacción y preparación del borrador original: JD **BR**; Redacción, revisión y edición: NY **RC**; Análisis formal: JD **BR**; Adquisición de fondos: No aplica.

**Financiamiento:** Los autores declaran que no se requirió de adquisición de fondos para este estudio.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores desean expresar su agradecimiento a las plataformas de Inteligencia Artificial generativa, Gemini y Grok, por haber brindado asistencia en la etapa de pulido del lenguaje del documento, así como en la generación de la Figura 2. Es importante destacar que la investigación, el análisis formal y la interpretación de los resultados presentados son responsabilidad exclusiva de los autores humanos (JD **BR** y NY **RC**).

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] G. Joshi, R. Walambe, K. Kotecha, "A Review on Explainability in Multimodal Deep Neural Nets," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 59800–59821, 2021, doi: [10.1109/ACCESS.2021.3070212](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3070212)
- [2] M. Chen, *et al.*, "Replanteamiento de la moderación de contenido multimodal desde un ángulo asimétrico con modalidad mixta," *ArXiv*, vol. abs/2305.10547, 2023, doi: [10.48550/arXiv.2305.10547](https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.10547)
- [3] M. J. Page *et al.*, "The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews," *BMJ*, vol. 372, p. n71, 2021.
- [4] CASP, "CASP Qualitative Checklist: 10 questions to help you make sense of qualitative research (Version 6)." 2018.
- [5] D. P. Serrano, J. P. M. Belda, P. M. Ramallal, "Impacto y oportunidades de la inteligencia artificial en el arte visual: personalización de la creatividad con Stable Diffusion y Controlnet," in *Manipulación en imágenes visuales y sonoras en ficción y no ficción*, Dykinson, 2023, pp. 894–909.
- [6] D. Palenzuela López, *Herramientas de IA generativa para crear puentes literarios: exploración visual con La Casa de Bernarda Alba*, 2024.
- [7] F. Guerrero-Solé, C. Ballester, "El impacto de la Inteligencia Artificial Generativa en la disciplina de la comunicación," *Hipertext.net*, no. 26, pp. 1–9, 2023.
- [8] J. L. Martín Prada, *et al.*, *La creación artística visual frente a los retos de la inteligencia artificial. Automatización creativa y cuestionamientos éticos*, 2024.
- [9] O. Cordon García, "Inteligencia Artificial en Educación Superior: Oportunidades y Riesgos," *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, pp. 16-27, Dec. 2023, doi: [10.6018/riite.591581](https://doi.org/10.6018/riite.591581)
- [10] M. H. Sarkhoosh, S. Gautam, C. Midoglu, S. Sabet, P. Halvorsen, "Multimodal AI-Based Summarization and Storytelling for Soccer on Social Media," in *Proceedings of the 15th ACM Multimedia Systems Conference*, 2024, pp. 485–491.
- [11] V. Liu, "Beyond text-to-image: Multimodal prompts to explore generative AI," in *Extended Abstracts of the 2023 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 2023, pp. 1–6.
- [12] M. R. Morris, J. R. Brubaker, "Generative ghosts: Anticipating benefits and risks of AI afterlives," *arXiv preprint arXiv: 2402.01662*, 2024.
- [13] A. De Bruyn, V. Viswanathan, Y. S. Beh, J. K.-U. Brock, F. Von Wangenheim, "Artificial intelligence and marketing: Pitfalls and opportunities," *Journal of Interactive Marketing*, vol. 51, no. 1, pp. 91–105, 2020.
- [14] Y. K. Dwivedi *et al.*, "Artificial Intelligence (AI): Multidisciplinary perspectives on emerging challenges, opportunities, and agenda for research, practice and policy," *International Journal of Information Management*, vol. 57, p. 101994, 2021.
- [15] A. Fitriawijaya, T. Jeng, "Integrating multimodal generative ai and blockchain for enhancing generative design in the early phase of architectural design process," *Buildings*, vol. 14, no. 8, p. 2533, 2024.
- [16] Y. Zhou, H. J. Park, "Una aplicación multimodal aumentada con IA para esbozar diseños conceptuales," *International Journal of Architectural Computing*, vol. 21, pp. 565–580, 2023, doi: [10.1177/14780771221147605](https://doi.org/10.1177/14780771221147605)
- [17] C. G. Cabay Calderon, "Integración de la Inteligencia Artificial con otras tecnologías en la creación de contenidos para redes sociales," B.S. thesis, Universidad Técnica de Ambato, Facultad de Jurisprudencia y Ciencias 2023.
- [18] M. Jin, *et al.*, "Enfoque multimodal para analizar grandes datos de redes sociales y medios de comunicación," *Discourse, Context and Media*, vol. 40, p. 100467, 2021, doi: [10.1016/J.DCM.2021.100467](https://doi.org/10.1016/J.DCM.2021.100467)
- [19] Y. Lu, *et al.*, "Ética e IA: una revisión sistemática sobre preocupaciones éticas y estrategias relacionadas para el diseño con IA en el ámbito sanitario," *AI*, 2022, doi: [10.3390/ai4010003](https://doi.org/10.3390/ai4010003)
- [20] L. Sun, *et al.*, "Una encuesta exhaustiva sobre el contenido generado por IA (AIGC): una historia de la IA generativa desde GAN hasta ChatGPT," *ArXiv*, vol. abs/2303.04226, 2023, doi: [10.48550/arXiv.2303.04226](https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.04226).
- [21] S. Dadgar, M. Neshat, "A novel hybrid multi-modal deep learning for detecting hashtag incongruity on social media," *Sensors*, vol. 22, no. 24, p. 9870, 2022.
- [22] J. Dana, V. Agnus, F. Ouhmich, B. Gallix, "Multimodality imaging and artificial intelligence for tumor characterization: current status and future perspective," in *Seminars in Nuclear Medicine*, Elsevier, 2020, pp. 541–548.

- [23] M. Imran, F. Ofli, D. Caragea, A. Torralba, “Using AI and Social Media Multimodal Content for Disaster Response and Management: Opportunities, Challenges, and Future Directions,” *Information Processing & Management*, vol. 57, no. 5, p. 102261, Sep. 2020, doi: [10.1016/j.ipm.2020.102261](https://doi.org/10.1016/j.ipm.2020.102261)
- [24] B. Jaltotage, J. Lu, G. Dwivedi, “Use of Artificial Intelligence Including Multimodal Systems to Improve the Management of Cardiovascular Disease,” *Canadian Journal of Cardiology*, 2024.
- [25] M. Tong, *et al.*, “Detección de anomalías mediante aprendizaje profundo multimodal,” vol. 12941, pp. 129414V-129414V-7, 2023, doi: [10.1117/12.3011769](https://doi.org/10.1117/12.3011769)
- [26] I. Jebadurai, A. M. Vedamanickam, P. U. Kumar, “Design of Generative Multimodal AI Agents to Enable Persons with Learning Disability,” Companion Publication of the *25th International Conference on Multimodal Interaction*, 2023, doi: [10.1145/3610661.3617514](https://doi.org/10.1145/3610661.3617514).
- [27] T. K. Mohd, N. Nguyen, A. Y. Javaid, “Multi-modal data fusion in enhancing human-machine interaction for robotic applications: a survey,” *arXiv preprint arXiv:2202.07732*, 2022.
- [28] P. J. Standen *et al.*, “An evaluation of an adaptive learning system based on multimodal affect recognition for learners with intellectual disabilities,” *British Journal of Educational Technology*, vol. 51, no. 5, pp. 1748–1765, 2020.
- [29] T. Baltrušaitis, C. Ahuja, L. P. Morency, “Challenges and applications in multimodal machine learning,” *The Handbook of Multimodal-Multisensor Interfaces: Signal Processing, Architectures, and Detection of Emotion and Cognition-Volume 2*, pp. 17–48, 2021.
- [30] H. Alwahaby, M. Cukurova, Z. Papamitsiou, M. Giannakos, “The evidence of impact and ethical considerations of Multimodal Learning Analytics: A Systematic Literature Review,” *The Multimodal Learning Analytics Handbook*, pp. 289–325, 2022.

## Mecanismos para la detección de anomalías de ciberseguridad a través del análisis de grandes cantidades de datos

Mechanisms for the Detection of Cybersecurity Anomalies through Big Data Analysis

<https://cientifica.site>

Pablo Andrés **Martínez Velasco** <sup>1</sup>  
Luis Eduardo **Bautista Villalpando** <sup>2</sup>  
Edgar Oswaldo **Díaz** <sup>3</sup>  
Juan **Muñoz López** <sup>4</sup>

Universidad Autónoma de Aguascalientes,  
Centro de Ciencias Básicas, Aguascalientes, MÉXICO

<sup>1</sup> ORCID: 0009-0002-0607-672X / [pamartinez@live.com.mx](mailto:pamartinez@live.com.mx)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0001-8665-1776 / [eduardo.bautista@edu.uaa.mx](mailto:eduardo.bautista@edu.uaa.mx)

Instituto Nacional de Estadística y Geografía,  
Aguascalientes, MÉXICO

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-3695-7715 / [oswaldo.diaz@inegi.org.mx](mailto:oswaldo.diaz@inegi.org.mx)

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0003-2532-0134 / [juan.munoz@edu.uaa.mx](mailto:juan.munoz@edu.uaa.mx)

Recibido 09/08/2025, aceptado 19/12/2025.



## Resumen

Esta investigación se centra en la convergencia de la Ciencia de Datos y la Ciberseguridad. El objetivo es el de proponer una solución innovadora que fortalezca la protección de organizaciones en México frente a amenazas cibernéticas. Este trabajo se enfoca en los ataques Denegación de Servicios Distribuidos (DDoS por sus siglas en inglés) a través de diversos estudios y comparaciones usando la metodología más adecuada que permite procesar bases de datos relacionadas de ciberataques desde una perspectiva de modelos de aprendizaje automático tanto supervisados como semi-supervisados. Estos algoritmos han sido entrenados, evaluados y configurados cuidadosamente evitando el sobre ajuste (overfitting) y el ruido de datos corruptos. Así, el modelo resultante es capaz de clasificar eficientemente registros de ataques DDoS y archivos de registros (logs) normales con una alta precisión, demostrando su potencial para ser implementado en ambientes de producción con el objetivo de fortalecer la ciberseguridad evitando la fuga de datos e inhabilitación de servicios.

**Palabras clave:** aprendizaje automático, aprendizaje semi-supervisado, aprendizaje supervisado, ciberseguridad, ciencia de datos, big data.

## Abstract

This research centers on the convergence of Data Science and Cybersecurity. The aim is to propose an innovative solution to strengthen the protection of organizations in Mexico against cyber threats. This work focuses on Distributed Denial of Service (DDoS) attacks through various studies and comparisons, employing the most suitable methodology to process cyberattack-related datasets from the perspective of both supervised and semi-supervised machine learning models. These algorithms were carefully trained, evaluated, and tuned to avoid overfitting and noise from corrupt data. Consequently, the resulting model is capable of efficiently classifying DDoS attack records and normal log files with accuracy, demonstrating its potential for implementation in production environments to enhance organizational cybersecurity, thereby preventing data breaches and service disruptions.

**Index terms:** machine learning, semi-supervised learning, supervised learning, big data science, cybersecurity.

## I. INTRODUCCIÓN

La generación de la información digital en las décadas del 2010 al 2020 se incrementó a niveles acelerados. En 2018 se generaron 2.5 quintillones de bytes de datos diarios aumentando con el uso de la tecnología de IoT [1]. En el año 2018 el tamaño de la esfera de datos alcanzó los 18 zettabytes y se espera que para el 2025 alcance los 175 zettabytes [2].

En este contexto, las técnicas clásicas para procesar datos, en su mayoría técnicas estadísticas sobre la actividad en línea de usuarios anónimos o de información sensible, son insuficientes para cubrir la demanda de procesamiento en tiempo y forma [3]. Esto ha resultado en la creación de nuevas y especializadas técnicas de gestión de datos como el uso de la ciencia de datos (Data Science por su traducción al inglés).

De acuerdo con “World Economic Forum’s Global Risk Report” de 2020 [4], los ciberataques en infraestructuras críticas se encontraron en el puesto número cinco. En el año 2023, los ciberataques a infraestructuras ocuparon el puesto número ocho, lo cual, no deja de ser uno de los factores críticos a corto y largo plazo considerándose uno de los principales temas de interés dentro del área de tecnología [5]. Como lo menciona Alessandro Profumo para El Economista: “La cibercriminalidad ha costado más de 6 billones de dólares a la economía del mundo” [6].

## II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

### 3

### A. Ciencia de Datos

El término Ciencia de Datos se acuñó por primera vez en 1960 por Peter Naur. Usado como sinónimo de ciencias computacionales, en 1974 se le relacionó con los métodos de procesamiento de datos por Naur y finalmente apareció publicado en un artículo de la Federación Internacional de Sociedades de Clasificación (The International Federation of Classification Societies) en 1996. Desde entonces este concepto se adoptó de forma internacional para describir esta área interdisciplinaria [7].

La ciencia de datos se define como un campo de las ciencias computacionales que se encarga del procesamiento de datos estructurados y no estructurados para un proceso de toma de decisiones inteligentes con base en la información disponible. Incluye todo el proceso de preparación de los datos [8] desde; el planteamiento del problema, adquisición de datos, preparación de datos, análisis exploratorio, modelado de datos, visualización y comunicación e implantación y mantenimiento.

### B. Aprendizaje supervisado y semisupervisado

El Aprendizaje Supervisado es un tipo de modelo predictivo para el aprendizaje automático en el que se conocen los resultados de salida. El algoritmo aprende el comportamiento de los datos con base a los resultados esperados y ajusta sus parámetros internos hasta lograr una predicción satisfactoria [9].

Normalmente se divide un grupo de datos en dos conjuntos, uno para el entrenamiento y otro para la evaluación o prueba (testing). El algoritmo es entrenado con el primer conjunto considerando alrededor del 70% de la información y posteriormente se evalúa su precisión clasificando el segundo conjunto que es alrededor de un 30% y se obtiene información del algoritmo como el porcentaje de predicción o tablas como la matriz de confusión.

El Aprendizaje Semi-supervisado también llamado “Algoritmos supervisados de clasificación” son aquellos que contando con una pequeña muestra clasificada de los datos realiza un modelo predictivo para clasificar una cantidad masiva de nuevos datos sin etiquetar con un porcentaje esperado de confianza [9].

El enfoque basado en el auto entrenamiento integra la recursividad al proceso de clasificación del aprendizaje semi supervisado. Una vez obtenidos nuevos datos etiquetados, en base al porcentaje de confianza de dicha clasificación, se integra una parte menor de los datos (aquellos con un porcentaje de confianza alto) al grupo de datos con el que se entrena el modelo. El proceso continúa iterando las veces necesarias hasta conseguir una cantidad aceptable de datos etiquetados con una confianza alta [10].

C. Ciencia de Datos de la Ciberseguridad

En nuestra era moderna digital, el problema de la Ciberseguridad ya no solo está relegada a aquellos expertos en ciencias computacionales, sino que es un asunto que engloba a todas las personas [11]. La figura 1 presenta la evolución de la toma de decisiones contra riesgos desde la comprensión, detección y predicción hasta acciones prescriptivas.



Fig. 1. Análisis de ciclo de vida de toma de decisiones desde los datos hasta la decisión [12].

Debido a lo anterior, es necesario desarrollar mecanismos de seguridad más flexibles, eficientes y dinámicos que puedan hacer frente a las amenazas y que puedan cambiar sus políticas automáticamente para reaccionar de forma rápida y efectiva ante amenazas conocidas y no tan conocidas. Es aquí donde la Ciencia de Datos, el Aprendizaje Automático y la Inteligencia Artificial (IA) juegan un rol vital en el próximo paso de Ciberseguridad, a lo cual se le conoce como: Ciencia de Datos de Ciberseguridad [13].

D. Datos sintéticos

Los datos sintéticos son utilizados en el área de la IA para el entrenamiento de modelos ya que apoyan la etapa de evaluación y generación de datos, esto con el fin de que cumplan con los criterios necesarios para el entrenamiento de algoritmos y se asegure la privacidad de los datos originales. La figura 2 muestra cómo se generan datos sintéticos a partir de datos reales siguiendo sus comportamientos y tendencias.

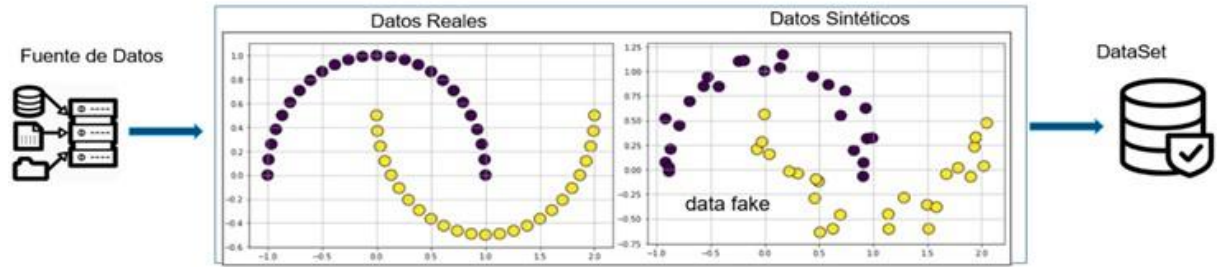


Fig. 2. Proceso de generación de datos sintéticos.

Los datos sintéticos se generan aleatoriamente partiendo de un conjunto de datos originales y siguiendo su estructura. Actualmente, existen varios programas y paquetes de software que permiten generar datos sintéticos, aunque para generar datos significativos se ha comenzado a utilizar la IA y el aprendizaje automático [14]. La figura 3 presenta el flujo iterativo con el que se etiquetan datos sintéticos mediante un pequeño conjunto de datos etiquetados conocido como auto entrenamiento (self-training) para modelos semi-supervisados.

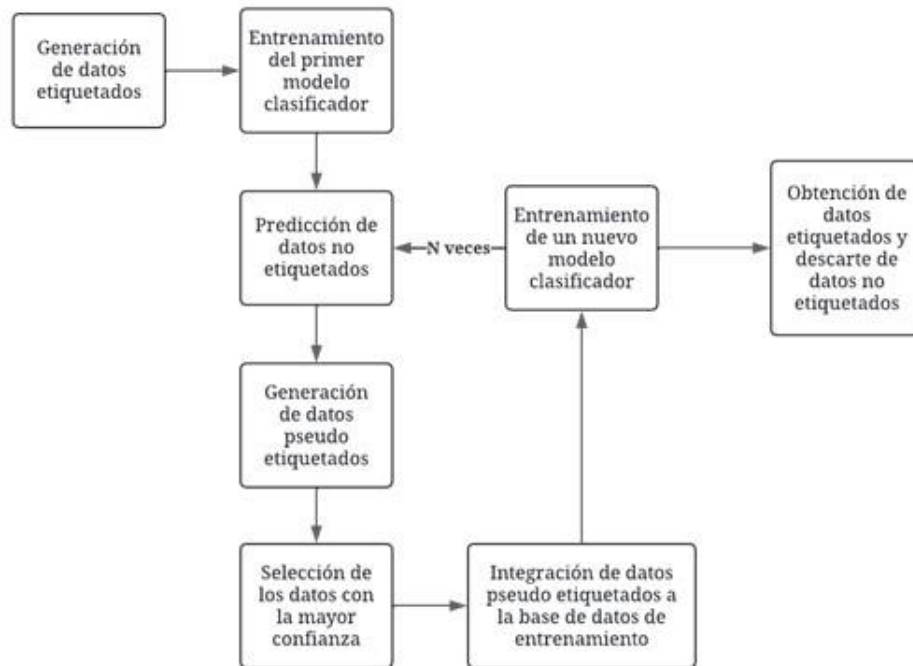


Fig. 3. Flujo para la creación de datos sintéticos.

### III. ESTADO DEL ARTE

Dentro de la literatura reciente, se han realizado investigaciones relacionadas con la mejora de la generación e implementación de algoritmos entrenados. Algunos trabajos se enfocan en las primeras etapas del entrenamiento como la selección del mejor método considerando la eficacia de diferentes algoritmos de aprendizaje automático frente a un mismo set de datos [15]. Otros explican a un nivel más específico y técnico cómo mejorar la detección de anomalías combinando las fortalezas de diferentes algoritmos para la creación de sistemas de detección multifacéticas [16], mejorar las capacidades y atender las vulnerabilidades de algoritmos robustos. SVM [17] y el aprendizaje profundo [18], son ejemplos mediante los cuales conjuntos de procesos adicionales al modelo tradicional orientan al uso de nuevas e innovadoras técnicas de aprendizaje automático.

El presente trabajo busca ir más allá, considerando además de la evaluación de algoritmos, el tipo de enfoque que se va a utilizar según el contexto, limitaciones y necesidades en el que se realiza el entrenamiento (tamaño del set de datos, extensión de atributos, plazos de tiempo, eficacia esperada, etc).

Si bien existen trabajos que describen todas las técnicas de aprendizaje automático y cómo implementarlas según el caso de uso [19] se podría agregar a la clasificación “F. Conjunto de datos experimental” (F. Experimental Dataset).

Así, los enfoques que este trabajo menciona y cómo impactan en el proceso de aprendizaje automático considerando un escenario real, dan ventajas y áreas de oportunidad desde esta perspectiva. Esto debido a que en la mayoría de las empresas y organizaciones todavía no es común contar con un lago de datos (data lake) o almacén de datos (data warehouse) para poder procesar información. Así, se buscan resolver estas limitantes mediante técnicas como el self training, generación de datos sintéticos, técnicas de llenado de datos vacíos, tipos de normalización y diferentes métodos para generar datos sintéticos enfocados en las prioridades del contexto como son; plazos de entrega, calidad del algoritmo o calidad de la información.

### IV. OBJETIVOS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

El desarrollo de este trabajo se basa en las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Qué áreas/aspectos dentro del sistema de información son los que poseen más riesgo?
2. ¿Cómo se puede aplicar Ciencia de Datos en Ciberseguridad en las organizaciones para mejorar los procesos de detección y prevención de ataques de ciberseguridad?

Derivado de lo anterior, se definieron cuatro objetivos de investigación:

- 1) Identificar riesgos actuales en la seguridad de la información dentro del Laboratorio de Ciencia de Datos en el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).
- 2) Diseñar un instrumento de medición estadístico para detectar posibles ataques orientados a tecnologías web.
- 3) Identificar dominios y segmentos de red por internet maliciosos que realicen ciberataques a la organización.
- 4) Automatizar estrategias de acción frente a ciberataques.

Con base en trabajos anteriores realizados en la misma área, [20] se buscó recuperar los registros de las bitácoras (logs) de los servidores, se analizaron datos sintéticos y se usó el lenguaje de programación Python para su transformación. Posteriormente se utilizó un conjunto de datos de entrenamiento y de pruebas que permitió desarrollar un algoritmo de aprendizaje automático para servir de apoyo en la toma de decisiones logrando así automatizar las tareas de detección de ataques y amenazas del departamento de ciberseguridad.

## V. METODOLOGÍA

El desarrollo de este trabajo de investigación se basa en una metodología con enfoque en la detección de anomalías de ciberseguridad mediante el análisis de grandes cantidades de datos. Así, las etapas que compone esta metodología son [21]:

1. Etapa de fuente de datos: Identifica y selecciona las fuentes de datos relevantes para el análisis.
2. Etapa de extracción y carga de datos: Extrae los datos seleccionados de las fuentes identificadas y los deposita en un entorno de almacenamiento adecuado.
3. Etapa de recuperación de información: Realiza consultas y exploración de los datos almacenados para extraer conjuntos específicos que se utilizarán en el análisis.
4. Etapa de procesamiento de datos: Aplica técnicas de procesamiento de datos para detectar patrones, tendencias y posibles anomalías.
5. Etapa de construcción del modelo: Se desarrollan y entrenan los modelos de detección de anomalías utilizando técnicas de aprendizaje automático.
6. Etapa de evaluación y validación de resultados: Se prueba el modelo construido utilizando un conjunto de datos de prueba con el fin de validar y evaluar su desempeño.
7. Etapa de presentación de resultados: Comunicar los hallazgos del análisis a través de informes, tableros (dashboards), y visualizaciones.
8. Etapa de entrega de productos de datos: Proporciona los modelos entrenados, los scripts, la documentación y cualquier otro producto de datos generado durante el proceso.

La figura 5 muestra el flujo de las etapas de desarrollo de la presente investigación.

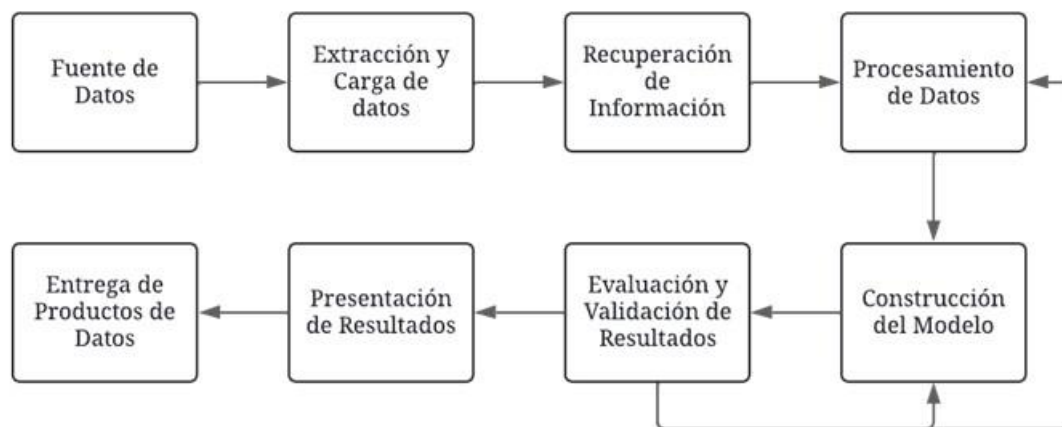


Fig. 4. Etapas de la metodología para el desarrollo de la investigación.

## VI. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Dentro del Instituto Nacional de Estadística y Geografía se cuenta con el esquema AIOps (Inteligencia artificial para operaciones de TI), este esquema busca integrar la Inteligencia Artificial y el uso de Big Data para que por medio de datos históricos recabados, se analicen y se determinen patrones que entrenen modelos de aprendizaje automático.

Además, se busca sustituir herramientas de operaciones de tecnologías de información (TI) manuales e independientes en una sola plataforma inteligente que cierre la brecha entre el complejo entorno de TI y las expectativas de los usuarios. Actualmente, la organización cuenta con la política “Zero-Trust Security”, la cual busca recabar toda la información pertinente de identidades, dispositivos, datos, aplicaciones, infraestructura y redes dentro de la organización para la toma de decisiones en seguridad.

## Métodos y Materiales

Se instaló el software de procesamiento NoSQL Elasticsearch 8.19 en de la infraestructura del clúster Mictlán. Este clúster de servidores pertenece al Laboratorio de Ciencia de Datos & Ciberseguridad de la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Esto mejoró considerablemente la capacidad y el tiempo de procesamiento de grandes cantidades de datos.

Los componentes de hardware y de software de la infraestructura del clúster Mictlán son:

- Tres servidores Sun Ultra 20 (nodos del clúster).
- Siete servidores Dell OptiPlex 3020-M (nodos del clúster).
- Switch o conmutador (interconexiones físicas entre los nodos y router).
- Router modelo RT-AC1200 (suministro de red Wi-Fi y conectividad a Internet).
- Elasticsearch 8.19 (servidor de búsqueda).
- Kibana 8.19 (interfaz gráfica para Elasticsearch).
- Docker 8.19 (contenerización de servicios).
- Servicios SSH y FTP (terminales remotas y transferencia de archivos).
- Debian GNU/Linux 12 (sistema operativo base para los nodos del clúster).
- Plataforma de servicios de analítica y ciencia de datos.

La figura 6 muestra un diagrama de los componentes de hardware y de interconexión del clúster Mictlán.

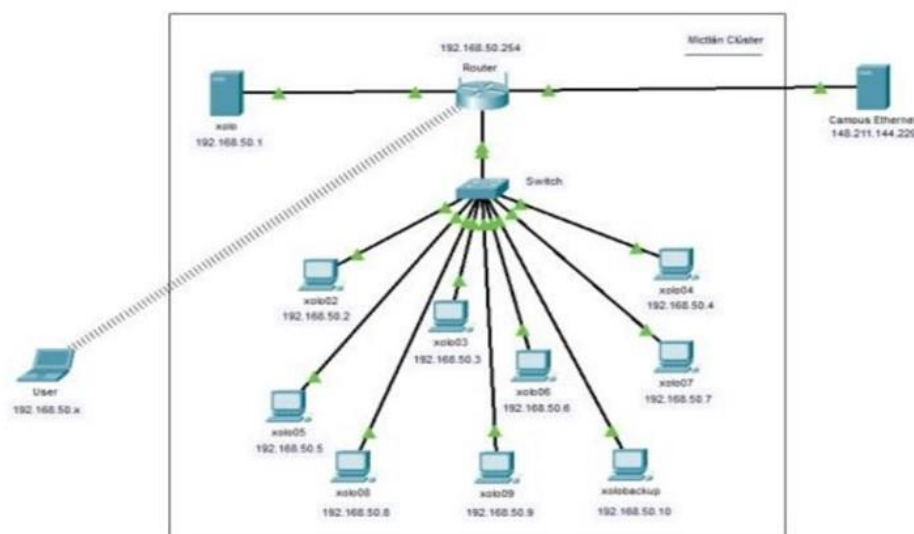


Fig. 5. Componentes de hardware y de interconexión del clúster Mictlán.

## A. Diseño de experimento I

El primer grupo de datos que se analizó fue proporcionado por INEGI y generado a partir de datos del Departamento de Ciencia de Datos.

- 1) Transformación de los datos: Se documentó un Python Notebook para el proceso de decodificación y transformación de datos en crudo que inicialmente estaban en formato comprimido (.tar). La clasificación de los atributos que se obtuvo de la transformación de datos se estableció en ocho variables que se enlistan y definen en la tabla 1.

TABLA 1  
ATRIBUTOS PLANEADOS, TIPOS DE VARIABLE Y SU DESCRIPCIÓN

| Atributo  | Tipo de Variable | Descripción                                                                                                      |
|-----------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IP        | Categórica       | IP de la cual proviene la solicitud                                                                              |
| Date      | Continua         | Fecha y hora en la que se realizó la solicitud en formato (día/mes/año:hora:minuto:segundo) en horario de México |
| Method    | Categórica       | El método de petición HTTP utilizado                                                                             |
| Route     | Categórica       | Ruta solicitada                                                                                                  |
| Status    | Continua         | Estatus HTTP devuelto                                                                                            |
| Status2   | Continua         | Complemento del estatus HTTP                                                                                     |
| Browser   | Categórica       | Navegador utilizado para la solicitud                                                                            |
| Next_Time | Numérica         | Variable propuesta para detectar la diferencia de tiempo entre una solicitud y otra                              |

Como resultado de la limpieza y preprocesamiento de los datos se obtuvieron 273 lotes de 10,000 registros cada uno, con una exclusión de 454,142 registros vacíos o incompletos dando como resultado final 2,730,000 registros limpios de aproximadamente 3,200,000 en total.

- 2) Análisis de los datos: Para el campo Date se eliminó la sección que define la hora global (-0600) dado que todos los registros tienen este valor y no aporta información valiosa a los objetivos del trabajo práctico. Para el campo Method se decidió resumir la cantidad de datos a aquellos que tengan los valores 400s y 500s de HTTP dado que denotan un error tanto en la solicitud del cliente como del servidor y es el objetivo para analizar.
- 3) Almacenamiento de los datos: Al evaluar los resultados se observaron picos en los valores de los datos que representan un comportamiento típico de un ataque DDoS (alta concentración de solicitudes con errores 400 y 500 de HTML) sin embargo, después de un análisis posterior para comenzar con el entrenamiento del algoritmo, se concluyó que el grupo de datos actual no cumplía con los requisitos tanto de extensión de registros para el entrenamiento como de atributos para conseguir un modelo entrenado satisfactorio.

## B. Diseño de experimento II

Para este experimento, fue necesario el uso de datos sintéticos con el fin de generar registros suficientes y asegurar la calidad de los datos que contribuyeran al desarrollo de algoritmos entrenados satisfactoriamente. La figura 4 muestra el árbol de decisión con el que se concluyó que la mejor opción para entrenar y evaluar el algoritmo era el uso de archivos ficticios que en este caso llamamos “Datos Sintéticos” [22].

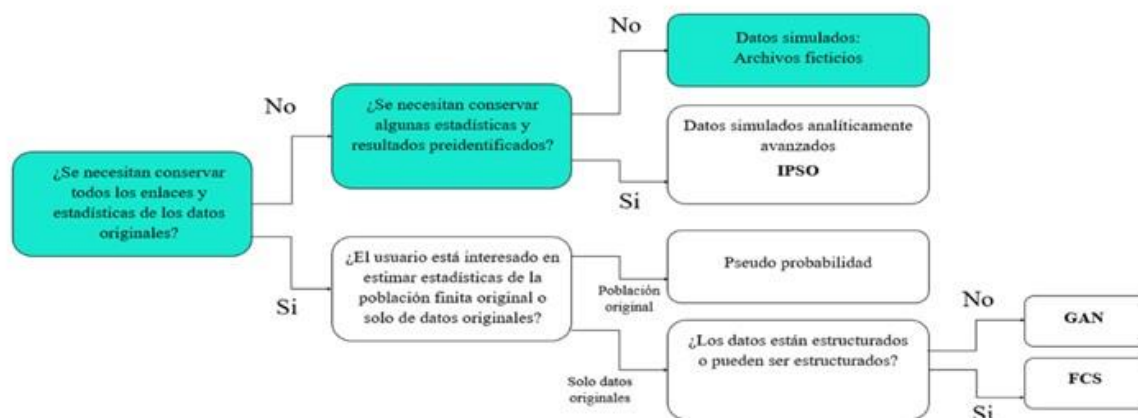


Fig. 6. Árbol de decisión de los datos a utilizar.

Se obtuvo un segundo grupo de datos en la página Kaggle llamada “DDoS Dataset” que es un compilado de otras bases de datos de logs reales etiquetados tanto como ataques DDoS como comportamiento normal de registros [23]. El archivo contaba con dos grupos de datos llamados “ddos\_balanced” y “ddos\_imbalanced”. Cada uno de 6.6 y 4 gigas respectivamente con 33 atributos, además se optó por analizar ambos grupos de datos para comparar sus características.

- El grupo de datos “ddos\_balanced” era aquel con un concentrado de 50% registros etiquetados como ataques DDoS y 50% etiquetados como logs benignos.
- El grupo de datos “ddos\_imbalanced” era aquel con un concentrado de 20% registros etiquetados como ataques DDoS y 80% etiquetados como logs benignos.

1) *Transformación de los datos*: En la etapa de limpieza de datos para el grupo de datos “ddos\_balanced” se filtraron aquellos registros vacíos e incompletos. El grupo de datos restante se dividió en 128 lotes de 100,000 registros cada uno para facilitar su manejo.

Para el grupo de datos “ddos\_imbalanced” se filtraron aquellos registros vacíos e incompletos, el grupo de datos restante se dividió en 77 lotes de 100,000 registros cada uno para facilitar su manejo.

En total se consiguieron 20,500,000 registros con 33 atributos, esto permitió que se cumpliera con los requisitos de extensión de registros y de atributos para generar satisfactoriamente un algoritmo entrenado para detectar ataques DDoS.

En la etapa de selección de datos, se evaluó la significancia de cada atributo de ambos grupos de datos para filtrar los atributos y entrenar al algoritmo, ya que entrenarlo con los 33 atributos no era óptimo en tiempo y capacidades de procesamiento. La tabla 2 muestra los diferentes tipos de normalización utilizados.

TABLA 2. COMPARATIVA DE RESULTADOS DE ENTRENAMIENTO.

| Método             | Descripción                                         |
|--------------------|-----------------------------------------------------|
| Original           | El grupo de datos con los atributos sin normalizar. |
| Log Transformation | Normalización por Transformación Logarítmica.       |
| Min Max            | Normalización por Mínimos y Máximos.                |
| Normal1            | Normalización por primera forma normal (1FN).       |
| Normal2            | Normalización por segunda forma normal (2FN).       |
| RobustScaler       | Normalización por escalado de características.      |
| Z score            | Normalización por puntuación de Z.                  |

2) *Análisis de los datos:* Para el grupo de datos “ddos\_imbalanced” se seleccionaron registros con un valor superior al 0.5 de significancia por atributo. Para el grupo de datos “ddos\_balanced” se seleccionaron registros con un valor superior al 0.5 de significancia por atributo, resultando en 9 atributos con el valor más alto para el método de Mínimos y Máximos que fue el que obtuvo mayores puntuaciones con diferencia.

Se eligió continuar con el grupo de datos "ddos\_balanced" por la considerable significancia que reflejaba en el comportamiento de sus datos mediante la normalización de Mínimos y Máximos con la fórmula (1).

$$z_i = x_i - \min(x) / \max(x) - \min(x)$$

(1)

De un total de 15 variables candidatas se eligieron 8 con la mayor calificación positiva, 1 con la mayor calificación negativa y la variable "Label" como variable de control, dando como total 10 variables (Tabla 3).

TABLA 3. VARIABLES Y SU SIGNIFICANCIA.

| Número | Variable         | Calificación |
|--------|------------------|--------------|
| 1      | Protocol         | -0.778777    |
| 2      | Tot Fws Pkt      | 0.705499     |
| 3      | TotLen Fwd Pkts  | 0.693646     |
| 4      | Fwd Pkt Len Max  | 0.692462     |
| 5      | Fwd Header Len   | 0.704898     |
| 6      | Down/Up Ratio    | 0.87525      |
| 7      | Fwd Seg Size Avg | 0.684889     |
| 8      | Subflow Fwd Pkts | 0.705499     |
| 9      | Subflow Fwd Byts | 0.693646     |
| 10     | Label            | NA           |

- 3) *Entrenamiento algoritmo*: Para el entrenamiento se consideraron los algoritmos más utilizados en ataques DDoS [24]:
- Árboles de Decisión
  - Bosques aleatorios
  - Máquina de Vectores de Soporte (SVM)
  - Redes neuronales

Los algoritmos SVM y Redes Neuronales fueron excluidos de las pruebas debido a que no se cuenta con equipo de procesamiento óptimo para implementarlos en tiempos establecidos para el proyecto. Sin embargo, se agregan a la tabla para ser considerados en caso de poder ser implementados en el futuro.

TABLA 4  
COMPARATIVA DE RESULTADOS DE ENTRENAMIENTO

|                | Árboles de Decisión | Bosques Aleatorios | SVM | Redes Neuronales |
|----------------|---------------------|--------------------|-----|------------------|
| True Positive  | 1882193             | 1882193            | NA  | NA               |
| False Positive | 52                  | 48                 | NA  | NA               |
| False Negative | 1311                | 1312               | NA  | NA               |
| True Negative  | 1940499             | 1940498            | NA  | NA               |
| Accuracy       | 99.96               | 99.97              | NA  | NA               |
| 2da Prueba     | 99.96               | 99.97              | NA  | NA               |
| 3ra Prueba     | 99.96               | 99.96              | NA  | NA               |

Se desarrollaron algoritmos entrenados mediante la técnica de bosques aleatorios tomando en cuenta valores ligeramente más altos en comparación con la técnica de árboles de decisión. Para cada prueba en la tabla se consideró el valor más alto obtenido con una precisión promedio del 95%. (Tabla 5).

TABLA 5  
COMPARATIVA DE PRECISIÓN ALGORITMO GENERADO VS DATOS SINTÉTICOS

|                | Normal  | Scikit-learn | Faker  | Tonic   | MostAI 96% | MostAI 96% Sobre |
|----------------|---------|--------------|--------|---------|------------|------------------|
| True Positive  | 1784033 | 161790       | 0      | 2199620 | 2992246    | 2987690          |
| False Positive | 113520  | 478425       | 640390 | 1726471 | 166383     | 170939           |
| False Negative | 88305   | 368275       | 0      | 2169985 | 2004940    | 1524580          |
| True Negative  | 1852531 | 271510       | 639610 | 1703924 | 1233744    | 1714104          |
| Accuracy       | 95%     | 34%          | 50%    | 50%     | 66-74%     | 73-79%           |

Para realizar una evaluación más exhaustiva se buscó generar datos sintéticos de diferentes formas e ingresarlas al algoritmo entrenado para medir su precisión, otros métodos para generar datos sintéticos fueron descartados por la imposibilidad de generar registros útiles para evaluar al algoritmo entrenado (Tabla 6).

TABLA 6  
COMPARATIVA DE PRECISIÓN POR DATOS SINTÉTICOS DE DIFERENTES FUENTES

|                       | <i>Normal</i> | <i>Scikit-learn</i> | <i>Faker</i> | <i>Tonic</i> | <i>MostAI 96%</i> | <i>MostAI 96%<br/>sin Sobre<br/>entrenamiento</i> |
|-----------------------|---------------|---------------------|--------------|--------------|-------------------|---------------------------------------------------|
| <b>True Positive</b>  | 1784033       | 161790              | 0            | 2199620      | 2992246           | 2987690                                           |
| <b>False Positive</b> | 113520        | 478425              | 640390       | 1726471      | 166383            | 170939                                            |
| <b>False Negative</b> | 88305         | 368275              | 0            | 2169985      | 2004940           | 1524580                                           |
| <b>True Negative</b>  | 1852531       | 271510              | 639610       | 1703924      | 1233744           | 1714104                                           |
| <b>Accuracy</b>       | 95            | 34                  | 50           | 50           | 66 - 74           | 73 - 79                                           |

13

Una limitante que se observó al intentar mejorar la precisión mediante datos sintéticos con la herramienta MostAI fue que tenía la tendencia a mostrar una precisión del 50%. Al analizar las posibles causas se encontró que esto era debido a la forma en la que estaban distribuidos los registros dentro del grupo de datos original dado que se encontraba dividida exactamente a la mitad, la primera mitad eran registros etiquetados como benignos y la segunda como malignos. Así, el entrenamiento tanto del algoritmo entrenado como para la generación de los datos sintéticos eran erróneos ya que no reflejaba un comportamiento real de uno o varios ataques de denegación de servicios.

Nota: En la sección de bibliografía, se adjunta el enlace para la consulta de código utilizado.

### C. Diseño de experimento III

En un tercer experimento, se buscó tener datos con comportamiento real de una página web. Para esto, se facilitaron registros por parte de los servidores de la Universidad Autónoma de Aguascalientes y se descargaron alrededor de 5 millones de registros de logs de diferentes páginas de la universidad en formatos .log.

1) *Transformación de los datos*: Dada la estructura diferente de los registros y a la estandarización de atributos se eliminaron registros con información incompleta obteniendo cerca de 3 millones de registros limpios. Además, con fines de complementar la información se generaron dos nuevos atributos para cada registro: Seg\_Ant y Seg\_AntIP. En una segunda limpieza de registros se eliminaron aquellos con información con errores de formato y caracteres especiales, se finalizó con los siguientes atributos.

TABLA 7  
ATRIBUTOS Y SU DESCRIPCIÓN DEL GRUPO DE DATOS III

| Atributo  | Descripción                                                                                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| IP        | La IP relacionada al registro                                                                |
| Seg_Ant   | El tiempo de diferencia en segundos entre el log del registro y el anterior.                 |
| Seg_AntIP | El tiempo de diferencia en segundos entre el log del registro y el anterior con la misma IP. |
| Fecha     | Fecha completa del registro del log en formato “date”.                                       |
| HMTL      | Instrucción en HTML del log.                                                                 |
| Res       | Código de respuesta HTML.                                                                    |
| Inf       | Cantidad de información en bytes del log.                                                    |
| Pag       | Dirección accedida.                                                                          |
| Naveg     | Detalles del navegador utilizado.                                                            |

14

Además, se omitieron dos atributos relacionados a detalles del navegador utilizado por no considerarse relevantes en el análisis de información. La figura 7 muestra siete de los atributos con mayor relevancia.

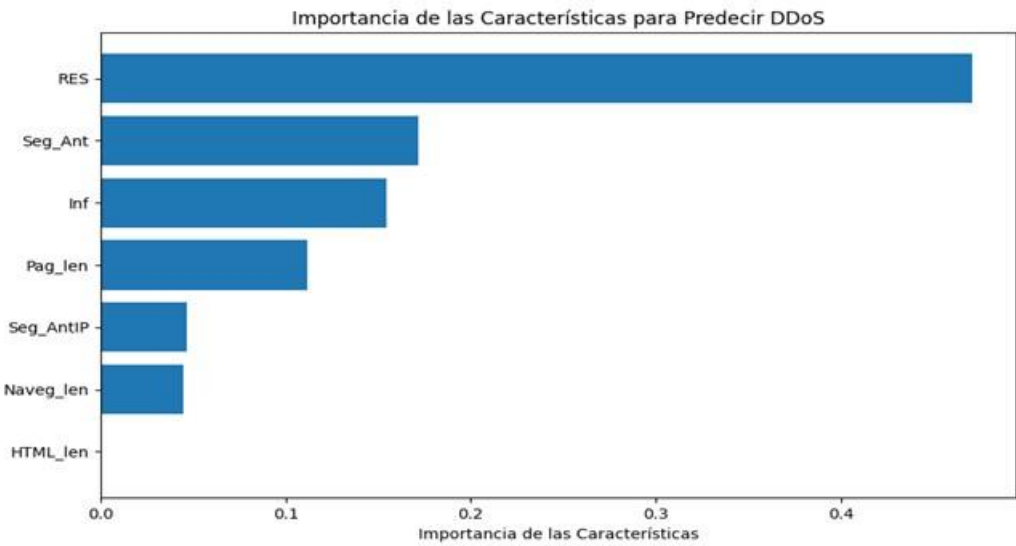


Fig. 7. Relevancia de los atributos para predecir DDOS.

2) *Análisis de los datos:* En la fase de análisis de datos se presentó un inconveniente, los registros no estaban etiquetados como ataques DDOS y logs normales. Así pues, se decidió que mediante la metodología de auto entrenamiento (self-training), utilizando un conjunto de datos pequeño, se etiquetarían los registros del grupo de datos actual. Se descartaron las bases de datos utilizadas anteriormente (experimento I y II) debido a que no contaban con la misma estructura de la información ni los mismos atributos.

Se obtuvo el siguiente grupo de datos de Kaggle llamada “WordPress DDos Log Dataset” [25] que contiene los mismos atributos que el grupo de datos que se estaba manejando (Tabla 7) y cuenta con las etiquetas de logs malignos y benignos.

Para la clasificación mediante Self-training se consideró un rango de confianza del 90% para integrar los registros en una nueva ronda. En total se realizaron nueve (9) rondas en las que de los 2 millones y medio de registros se clasificaron exitosamente casi 2 millones como malignos o benignos.

3) *Entrenamiento del algoritmo:* Para poder normalizar el grupo de datos y entrenar un modelo se realizaron los siguientes ajustes a los atributos del grupo de datos:

TABLA 8  
ATRIBUTOS Y SU DESCRIPCIÓN PARA ENTRENAR AL ALGORITMO

| Atributo  | Descripción                                                                                                                                                 |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IP        | Se eliminaron los puntos de las direcciones manejando un solo número entero. Posteriormente se eliminó por considerarse no relevante para el entrenamiento. |
| Seg_Ant   | Se mantuvo el mismo formato.                                                                                                                                |
| Seg_AntIP | Se mantuvo el mismo formato.                                                                                                                                |
| Fecha     | Se eliminó por considerarse no relevante para el entrenamiento.                                                                                             |
| HTML      | Se guardó como valor entero reflejando la longitud del texto. Se renombró como “HTML_len”.                                                                  |
| Res       | Se mantuvo el mismo formato.                                                                                                                                |
| Inf       | Se mantuvo el mismo formato.                                                                                                                                |
| Pag       | Se guardó como valor entero reflejando la longitud del texto. Se renombró como “Pag_len”.                                                                   |
| Naveg     | Se guardó como valor entero reflejando la longitud del texto. Se renombró como “Naveg_len”.                                                                 |

El grupo de datos se normalizó mediante Mínimos y Máximos. Se realizó un análisis de la relevancia de cada uno de los atributos para detectar si un registro era o no un ataque DDOS. Además, para el entrenamiento del algoritmo elegimos el método de “Árboles de Decisión” y adicionalmente se implementó un código para evitar el sobre entrenamiento o “overfitting” del modelo.

La figura 8 muestra una precisión con promedio un del 97% en 10 entrenamientos diferentes utilizando datos de prueba.

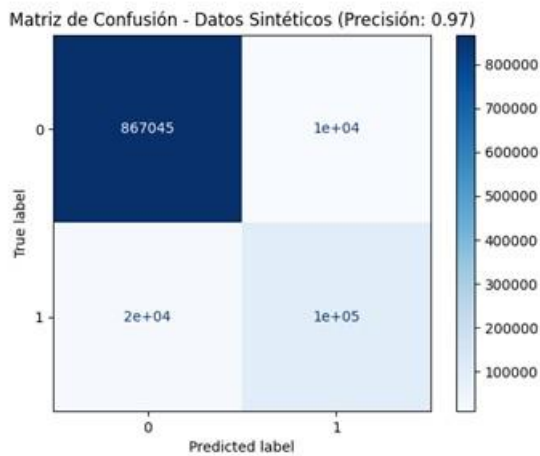


Fig. 8. Matriz de confusión con datos de prueba.

Para una evaluación más exhaustiva se generó un millón de datos sintéticos usando nuevamente la página de Mostly.AI con una precisión del 95% mostrándose los valores en la figura 9. Se obtuvo una precisión con un promedio del 97% evaluando la predicción del modelo entrenado previamente. La figura 9 muestra una precisión promedio un del 97% en 10 entrenamientos diferentes utilizando los datos sintéticos.

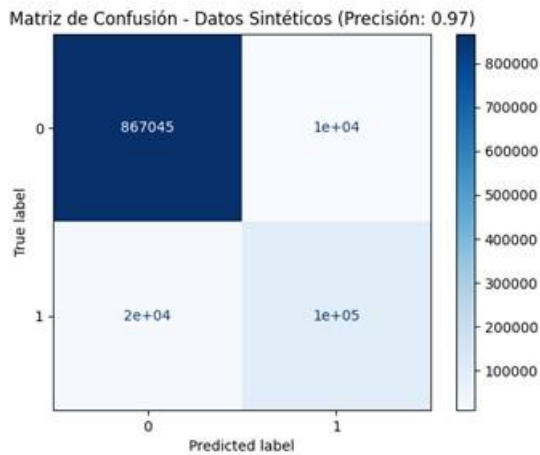


Fig. 9. Matriz de confusión con datos sintéticos.

VII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La tabla 9 muestra una comparación entre los experimentos desarrollados, los tipos de datos utilizados y los algoritmos implementados.

TABLA 9  
COMPARACIÓN ENTRE LOS EXPERIMENTOS DESARROLLADOS

|                          | Experimento I                                                                                                                                                                                                                                                      | Experimento II                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Experimento III                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tipo de datos utilizados | Nativos con formato comprimido (.tar)                                                                                                                                                                                                                              | Nativos con formato .csv y sintéticos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Nativos con formato .log y sintéticos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Algoritmos               | Árboles de decisión                                                                                                                                                                                                                                                | Bosques aleatorios                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Árboles de decisión                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Ventajas                 | Se enfatizó en la velocidad de procesamiento de grandes cantidades de datos al procesarlos en formato .tar con pocos atributos para entrenar al algoritmo y al priorizar aquellos registros que demostraran un comportamiento anómalo (error 500 y 400).           | Se contó con una gran cantidad de registros etiquetados tanto benignos como malignos además de una amplia variedad de atributos de los cuales se obtuvieron un conjunto de nueve atributos de alta relevancia lo cual asegura un alcance realista para generar un algoritmo de entrenamiento eficaz.                                                                                                                                         | Se procesaron registros reales de un sitio web similar al que se implementaría el algoritmo con una extensión de registros y atributos suficiente para obtener un entrenamiento eficaz. La generación de datos sintéticos, así como la evaluación del algoritmo entrenado demostraron una alta eficacia en la identificación de ataques DDOS.                                                                                                     |
| Desventajas              | La cantidad limitada de atributos y el enfoque en los registros con errores puede llevar a generar un algoritmo sesgado por la poca información global con la que se entrena, afectando la eficacia para la detección de ataques DDOS reales.                      | A pesar de contar con registros etiquetados como malignos y benignos no se reflejaba el comportamiento real de logs de un sitio web lo cual sesgaba el algoritmo. Asimismo, considerando la implementación de este método se observó que los registros del sitio web no eran los mismos por lo que en caso de éxito en el entrenamiento al momento de implementarlo no contaría con los datos necesarios reduciendo su eficacia enormemente. | Al limitar los atributos a los utilizados en un sitio web se acorta su utilización para otras páginas. Sin embargo, considerando que por ahora se busca crear un algoritmo prototipo que puliera los procesos para generar otros algoritmos posteriormente no se considera una problemática real. La cantidad de registros reales pudo haber sido más amplia para mejorar el alcance del algoritmo, esto se solucionó generando datos sintéticos. |
| Observaciones            | Para que este experimento fuera exitoso sería necesario contar con registros con mayor cantidad de atributos que posean alta relevancia y considerar registros anómalos diferentes a aquellos con error 400 y 500 para ampliar el alcance del algoritmo entrenado. | Para que este experimento fuera exitoso sería necesario distribuir los registros de manera que reflejen el comportamiento de ataques DDOS reales, así como considerar los atributos que se clasificarían una vez implementado en el sitio web                                                                                                                                                                                                | Para mejorar la calidad de este experimento sería necesario contar con una estructura formal de los registros a procesar en todos los sitios web que se busca implementar (contar con un almacén de datos -data warehouse). La calidad de un algoritmo entrenado es directamente proporcional a la calidad de los datos con los que se entrena.                                                                                                   |

Así, se consideraron tres enfoques diferentes considerando los aspectos principales de: Velocidad de entrenamiento, cantidad de datos y calidad del entrenamiento.

Experimento 1: Enfoque en anomalías. En este experimento se sacrifica alcance y se corre un mayor riesgo de obtener un algoritmo sesgado con la ventaja de necesitar menos registros y atributos. Además, se asegura un entrenamiento mucho más rápido al no evaluar otros registros benignos o variantes de registros para otros tipos de ataques de ciberseguridad.

Experimento 2: Enfoque en demasía. En este experimento se sacrifica tiempo y simplicidad para considerar la totalidad del universo de uno o más conjuntos de datos bajo la premisa de que a mayor cantidad de datos es mejor la calidad del algoritmo. Sin embargo, se corre el riesgo de ampliar excesivamente los tiempos de procesamiento y entrenamiento si se desea respetar siempre el comportamiento y continuidad de la información.

Experimento 3: Enfoque en definición. En este experimento se realiza un algoritmo a la medida según la información que recaba la página y/o páginas web en las que se busca implementar el algoritmo. Se establece desde el inicio el alcance y los conjuntos de datos a utilizar corriendo el riesgo de que, si no se tienen procesos formales de procesamiento de información internos, no se obtendrá la calidad necesaria en la información para poder entrenar eficazmente el algoritmo y por consecuencia su implementación.

Para nuestro caso de estudio, el mejor enfoque es el más equilibrado en cuanto a velocidad de entrenamiento (prueba en varios modelos y tiempos establecidos) y la cantidad de datos necesarios (logs y atributos limitados de la página web). Para la elección del entrenamiento del algoritmo se optó por utilizar el método de árboles de decisión por su ligero aumento en la exactitud. Con los atributos normalizados y adaptados para aprendizaje automático se obtuvo un promedio del 96% en la precisión del algoritmo, esto compuesto de un 97% por medio datos reales y de un 95% por medio datos sintéticos.

## VIII. CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo de investigación permite identificar importantes lecciones sobre la relevancia de la ciencia de datos en el ámbito de la Ciberseguridad. Además, permite entender la complejidad inherente de la implementación de modelos de aprendizaje automático robustos y eficientes para la detección de ciberataques.

Uno de los principales hallazgos fue la importancia de realizar un adecuado procesamiento de las bases de datos. La obtención de los datos, su limpieza y su uso, son actividades críticas para obtener resultados precisos y evitar eventualidades a lo largo del entrenamiento y evaluación de los modelos.

Se constató que, para llevar a cabo un proyecto exitoso en ciencia de datos, es necesario tener claridad sobre la procedencia de los datos y la forma del tratamiento de estos hasta el resultado final del proyecto. Además, se deben considerar diversas metodologías de análisis y preprocesamiento de datos y explorar diferentes enfoques antes de determinar el más adecuado para cada caso en particular.

El uso de técnicas avanzadas para evaluar y mejorar el rendimiento del modelo, la normalización de los datos, la selección de atributos, la creación de datos sintéticos, la optimización de código y memoria y el uso de mecanismos que previenen el sobre ajuste, permiten asegurar una mayor calidad y robustez en el algoritmo final.

Como trabajos futuros, se sugiere continuar explorando modelos y técnicas que optimicen la detección de ciberataques, no solo limitándose a ataques DDoS, sino considerando otras vulnerabilidades emergentes que afectan a las organizaciones. Esto incluye la aplicación de métodos más sofisticados de aprendizaje automático (como las redes neuronales), así como el desarrollo de técnicas de ciberdefensa basadas en el análisis predictivo en conjunto con la inteligencia artificial.

Finalmente, queda claro que la Ciberseguridad es un campo en constante evolución y crecimiento, con una gran área de oportunidad en México. La generación de conocimiento e investigación es clave para que las organizaciones mexicanas públicas y privadas puedan estar mejor preparadas frente a las amenazas del futuro, asegurando así la seguridad de sus datos y la continuidad de sus operaciones.

## ANEXOS

Se adjunta el enlace para la consulta de código utilizado para el formato, limpieza, análisis y adaptación del grupo de datos:

[https://github.com/edgarOswaldoDiaz/ml\\_ops\\_zero\\_trust/tree/1c52bc7268565499075990fb76e9ce652b91903b/C%C3%B3digo/Bas e%20de%20Datos%201](https://github.com/edgarOswaldoDiaz/ml_ops_zero_trust/tree/1c52bc7268565499075990fb76e9ce652b91903b/C%C3%B3digo/Bas e%20de%20Datos%201)

Código utilizado para el formateo, limpieza y adaptación del grupo de datos y posterior entrenamiento del algoritmo:

[https://github.com/edgarOswaldoDiaz/ml\\_ops\\_zero\\_trust/tree/1c52bc7268565499075990fb76e9ce652b91903b/C%C3%B3digo/Bas e%20de%20Datos%202](https://github.com/edgarOswaldoDiaz/ml_ops_zero_trust/tree/1c52bc7268565499075990fb76e9ce652b91903b/C%C3%B3digo/Bas e%20de%20Datos%202)

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Conceptualización: **LEBV**; Metodología: **EOD**; Software: **PAMV**; Investigación: **PAMV**; Redacción y preparación del borrador original: **PAMV**; Redacción, revisión y edición: **JML**; Supervisión: **LEBV**; Análisis formal: **EOD**; Administración del proyecto: **LEBV**; Adquisición de fondos: **LEBV**.

**Financiamiento:** Esta investigación recibió el apoyo de la Universidad Autónoma de Aguascalientes como parte del proyecto interno de investigación PIINF23-2.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en el artículo.

**Agradecimientos:** Los autores agradecen a la Universidad Autónoma de Aguascalientes y al Instituto Nacional de Estadística (INEGI) por el acceso a la información necesaria para llevar a cabo esta investigación.

**Conflicto de interés:** Los autores declaran que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] B. Marr, "How Much Data Do We Create Every Day? The Mind-Blowing Stats Everyone Should Read," 2018. [Online]. Available: <https://www.forbes.com/sites/bernardmarr/2018/05/21/how-much-data-do-we-create-every-day-the-mind-blowing-stats-everyone-should-read/?sh=68339dbb60ba>
- [2] B. Marr, "How Much Data Is There In the World? | Bernard Marr," 2021. [Online]. Available: <https://bernardmarr.com/how-much-data-is-there-in-the-world/>
- [3] M. M. Alani, "Big data in cybersecurity: a survey of applications and future trends," *J Reliab Intell Environ*, vol. 7, no. 2, pp. 85–114, 2021, doi: 10.1007/s40860-020-00120-3
- [4] W. E. Forum, "The Global Risks Report 2020 Insight Report 15th Edition," 2020. [Online]. Available: [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Global\\_Risk\\_Report\\_2020.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Global_Risk_Report_2020.pdf)
- [5] W. E. Forum, Global Risks Report 2023 18th Edition. 2023. [Online]. Available: [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Global\\_Risks\\_Report\\_2023.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Global_Risks_Report_2023.pdf)

- [6] Reuters, “Cibercrimen ha costado 6 millones de dólares a las economías del mundo,” 2022. [Online]. Available: <https://www.eleconomista.com.mx/tecnologia/Cibercrimen-ha-costado-6-millones-de-dolares-a-las-economias-del-mundo-20220511-0022.html>
- [7] G. Vicario, S. Coleman, “A review of data science in business and industry and a future view,” *Appl Stoch Models Bus Ind*, 2019, doi: 10.1002/ASMB.2488
- [8] A. Monnappa, “Data Science vs. Big Data vs. Data Analytics,” 2022. [Online]. Available: [https://www.simplilearn.com/data-science-vs-big-data-vs-data-analytics-article#what\\_is\\_data\\_science](https://www.simplilearn.com/data-science-vs-big-data-vs-data-analytics-article#what_is_data_science)
- [9] J. J. Beunza, E. P. Sanz, N. E. C. Moreno, “Manual práctico de inteligencia artificial en entornos sanitarios,” Elsevier Health Sciences, pp. 35–39, 2020, [Online]. Available: [https://books.google.com.mx/books?id=88nSDwAAQBAJ&dq=algoritmos+supervisados&lr=&hl=es&source=gbs\\_navlinks\\_s](https://books.google.com.mx/books?id=88nSDwAAQBAJ&dq=algoritmos+supervisados&lr=&hl=es&source=gbs_navlinks_s)
- [10] C. Rosenberg, M. Hebert, H. Schneiderman, “Semi-Supervised Self-Training of Object Detection Models,” 2004. [Online]. Available: [https://kithub.cmu.edu/articles/journal\\_contribution/Semi-Supervised\\_Self-Training\\_of\\_Object\\_Detection\\_Models/6560834?file=12043121](https://kithub.cmu.edu/articles/journal_contribution/Semi-Supervised_Self-Training_of_Object_Detection_Models/6560834?file=12043121)
- [11] P. W. Singer, A. Friedman, “Cybersecurity: What Everyone Needs to Know,” Oxford University Press, p. 224, 2014, [Online]. Available: <https://books.google.com/books?id=9VDSAQAAQBAJ&pgis=1>
- [12] C. Longbing, Y. Philip S, “Data Science Thinking: The Next Scientific, Technological and Economic Revolution,” Springer, 2018, [Online]. Available: <http://www.springer.com/series/15063>
- [13] I. H. Sarker, A. S. M. Kayes, S. Badsha, H. Alqahtani, P. Watters, A. Ng, “Cybersecurity data science: an overview from machine learning perspective,” *J Big Data*, vol. 7, no. 1, pp. 1–29, 2020, doi: 10.1186/s40537-020-00318-5
- [14] J. L. Becerra Pozas, “¿Qué son los datos sintéticos? Datos generados para ayudar a su estrategia de IA,” CIO, 2023.
- [15] N. Elmabit, F. Zhou, F. Li, H. Zhou, “Evaluation of Machine Learning Algorithms for Anomaly Detection,” in 2020 International Conference on Cyber Security and Protection of Digital Services (Cyber Security), 2020, pp. 1–8. doi: 10.1109/CyberSecurity49315.2020.9138871
- [16] A. Yaseen, “The Role of Machine Learning in Network Anomaly Detection for Cybersecurity.” [Online]. Available: <https://journals.sagescience.org/index.php/ssraml/article/view/126>
- [17] T. Shon, J. Moon, “A hybrid machine learning approach to network anomaly detection,” *Inf Sci (N Y)*, vol. 177, no. 18, pp. 3799–3821, 2007, doi: 10.1016/j.ins.2007.03.025
- [18] T. T. Teoh, G. Chiew, E. J. Franco, P. C. Ng, M. P. Benjamin, Y. J. Goh, “Anomaly detection in cyber security attacks on networks using MLP deep learning,” in 2018 International Conference on Smart Computing and Electronic Enterprise (ICSCEE), 2018, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICSCEE.2018.8538395
- [19] S. Wang, J. F. Balarezo, S. Kandeepan, A. Al-Hourani, K. G. Chavez, B. Rubinstein, “Machine Learning in Network Anomaly Detection: A Survey,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 152379–152396, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3126834
- [20] L. E. Ostos Ríos, L. E. Bautista Villalpando, J. Muñoz López, E. Oswaldo Díaz, “Análisis de grandes cantidades de datos por medio de técnicas de máquinas de aprendizaje para la Ciberseguridad,” 2020.
- [21] E. A. Villasenor Garcia *et al.*, “Data Lake Strategy for Data Science Workflows,” in 2022 11th International Conference On Software Process Improvement (CIMPS), IEEE, 2022, pp. 219–223. doi: 10.1109/CIMPS57786.2022.10035694
- [22] United Nations Economic Commission for Europe, *Synthetic Data for Official Statistics*. United Nations, 2023. doi: 10.18356/9789210021708
- [23] D. Devendra, “DDoS Dataset,” 2019. [Online]. Available: <https://www.kaggle.com/datasets/devendra416/ddos-datasets>
- [24] J. T. Viteri, M. I. Valero, A. Torres, N. M. Torres, *Seguridad contra ataques DDoS en los entornos SDN con Inteligencia Artificial*, 3rd ed., vol. 7. RMC, 2022.
- [25] A. Toluwalase, “WordPress DDos Log Dataset,” 2023. [Online]. Available: <https://www.kaggle.com/datasets/ajiboyetoluwalase/wordpress-ddos-log-dataset?select= Wordpress+DDOS+attack+Logs.txt>

## Parábolas, sistemas de ecuaciones y optimización: una interpretación física en ingeniería eléctrica

Parabolas, Systems of Equations and Optimization:  
a Physical Interpretation in Electrical Engineering

<https://cientifica.site>

Carlos Antonio **Becerril Gordillo**

Instituto Politécnico Nacional,  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,  
Ciudad de México,  
MÉXICO

ORCID: 0000-0002-1598-4634  
[cbecerril@ipn.mx](mailto:cbecerril@ipn.mx)

Recibido 04/11/2025, aceptado 22/12/2025.



## Resumen

En este trabajo se presenta un estudio del análisis de flujos de potencia en un sistema eléctrico simple de dos nodos, mostrando cómo herramientas matemáticas elementales pueden generar interpretaciones físicas significativas. El problema se formula como un sistema de dos ecuaciones no lineales, explorando la existencia y factibilidad de las soluciones del voltaje en el nodo de consumo bajo distintos niveles de demanda. El análisis revela cómo una simple parábola puede actuar como frontera de operación y se propone una formulación alternativa como problema de optimización sin restricciones. En conjunto, el estudio ofrece perspectivas útiles tanto para la enseñanza como para aplicaciones prácticas en ingeniería eléctrica y otras disciplinas.

**Palabras clave:** flujos de potencia, optimización sin restricciones, funciones de varias variables, enseñanza de la ingeniería eléctrica.

## 2

## Abstract

This paper presents a study of power flow analysis in a simple two-node electrical system, showing how elementary mathematical tools can generate meaningful physical interpretations. The problem is formulated as a system of two nonlinear equations, exploring the existence and feasibility of voltage solutions at the consumption node under different demand levels. The analysis reveals how a simple parabola can act as an operating boundary, and an alternative formulation is proposed as an unconstrained optimization problem. Overall, the study offers useful insights for both teaching and practical applications in electrical engineering and other disciplines.

**Index terms:** power flow analysis; unconstrained optimization; multivariable functions; electrical engineering education.

## I. INTRODUCCIÓN

La importancia de las matemáticas en cualquier área es incuestionable, y en ingeniería esta relevancia se vuelve aún más evidente. Sin embargo, con frecuencia la disciplina se reduce a ejercicios que pueden carecer de significado, dejando un vacío en los esfuerzos de los estudiantes y en la riqueza intelectual que el tema ofrece.

En muchas instituciones académicas en México y el extranjero es común encontrar planes de estudio en ingeniería que incluyen materias básicas durante los primeros años, antes de que los estudiantes se especialicen en su disciplina [1]. En matemáticas, por ejemplo, las ingenierías suelen contemplar asignaturas como álgebra lineal y cálculo de una y varias variables. Aunque estas asignaturas son fundamentales para la formación intelectual y el desarrollo de habilidades cognitivas [2], [3], existe el riesgo de caer en la monotonía, la repetición de temas de niveles previos y/o la falta de conexión con la carrera estudiada. Una alternativa es incluir en las clases –en la medida de lo posible– aplicaciones orientadas a la disciplina cursada.

A modo de ejemplo, en una materia de matemáticas de la carrera de ingeniería eléctrica, decir que una ecuación cuadrática modela el movimiento de un balón o proyectil podría resultar repetitivo y poco motivante. En cambio, mostrar que esa misma ecuación puede modelar el riesgo de un apagón en una región del país ayuda a despertar el interés y a resaltar la relevancia de las matemáticas para su disciplina

Este trabajo está dirigido principalmente a profesores que imparten la materia de cálculo de una variable y de varias variables en la carrera de ingeniería eléctrica y a sus estudiantes, e incluso a estudiantes de últimos semestres que deseen recordar la relación de un problema típico de su carrera con las matemáticas que modelan y resuelven este problema. Desde luego que esto no excluye a la demás gente interesada en una aplicación real de algunos conceptos matemáticos que regularmente se tratan a nivel ingeniería.

El ejemplo y datos del trabajo se encuentran basados en el artículo de T. J. Overbye [4], motivando así a los docentes no solo a relacionar trabajos de investigación importantes con conceptos de uso cotidiano en las aulas, sino también a desarrollarlos en trabajos escritos o, lo que es más importante, integrarlos en las clases. Desde luego que se exhorta a realizar trabajo colaborativo en los cuerpos docentes entre matemáticos e ingenieros para establecer una sinergia que permita conseguir lo anterior. De cualquier forma, y con el afán de que no se requiera ser un experto en el área para leer el trabajo, éste se ha desarrollado sobre una metodología en la que:

- Se describe el problema, el objetivo y la necesidad de resolverlo.
- Se plantean las ecuaciones que describen el fenómeno de forma general.
- Se construye el modelo que se debe resolver a partir de los datos proporcionados.

**Finalmente, a partir de ahí, se muestra cómo las matemáticas “de siempre” son útiles para resolver el modelo y para dar significados reales en un problema de ingeniería eléctrica.**

Esto se ha pensado también con la finalidad de que los profesores del área de matemáticas puedan sacar provecho de los conceptos que aquí se aplican y que han mostrado en clase, como: *sistemas de ecuaciones, solución de ecuaciones cuadráticas, funciones vectoriales, funciones de varias variables, curvas de nivel, gradientes, puntos críticos, criterio de las segundas derivadas parciales* y su generalización como *matriz Hessiana*, entre otros. Lo anterior, sin la necesidad de entrar en los detalles técnicos de la aplicación.

Corresponderá a los estudiantes replicar los cálculos y profundizar en los conceptos eléctricos y matemáticos que aquí se plantean. También, y sin dejar de lado la belleza intrínseca de las matemáticas, se les anima a repensar en la importancia de esta disciplina, así como imaginar las posibilidades infinitas de aplicación en los demás temas que han estudiado, y tener esta misma perspectiva con aquellos temas que aún tienen por estudiar.

## II. PLANTEAMIENTO Y MODELADO DEL PROBLEMA

En la Fig. 1 se muestra un pequeño sistema eléctrico de potencia que consta de dos nodos. En el nodo 1, se tiene un generador con capacidad suficiente para alimentar a un poblado que representa un punto de consumo en el nodo 2; ambos puntos están conectados mediante una línea de transmisión, encargada de transportar la energía desde el punto de generación hasta el nodo 2, donde será consumida por la carga.

El voltaje en un nodo  $k$  de un sistema eléctrico se puede expresar como un *número complejo*, que en forma rectangular se escribe como  $v_k = x_k + jy_k$ , donde  $x_k$  e  $y_k$  son números reales [5]; por ejemplo, el voltaje en el nodo 2 del sistema de la Fig. 1 se escribe como  $v_2 = x_2 + jy_2$ .

Un problema típico de ingeniería eléctrica para un sistema de dos nodos como el de la Fig. 1, y el objetivo del estudio que se realizará en este trabajo, es **conocer el voltaje en el punto de consumo,  $v_2$ , cuando se demanda cierta cantidad de potencia real  $P_2^D$  y reactiva  $Q_2^D$  en dicho nodo**. En el Apéndice A se presenta una discusión sobre la importancia de mantener el voltaje en niveles adecuados, que quizá esté más dirigida a estudiantes de ingeniería eléctrica a partir de los semestres intermedios; sin embargo, los estudiantes de los primeros semestres o quienes provengan de otras áreas del conocimiento pueden enfocarse en las deducciones e implicaciones matemáticas de los efectos ahí descritos.



Fig. 1. Sistema de potencia de dos nodos (diagrama unifilar y representación real equivalente).

Las ecuaciones que permiten conocer la relación entre las inyecciones netas de potencia y los voltajes en un sistema eléctrico de potencia con  $n$  nodos, se conocen como *ecuaciones de flujos de potencia*, y en su forma rectangular se encuentran dadas por [5], [6]:

$$P_k = \sum_{l=1}^n [x_k(x_l G_{kl} - y_l B_{kl}) + y_k(y_l G_{kl} + x_l B_{kl})], \quad (1)$$

$$Q_k = \sum_{l=1}^n [y_k(x_l G_{kl} - y_l B_{kl}) - x_k(y_l G_{kl} + x_l B_{kl})],$$

donde  $k$  indica el índice de cada nodo, excepto el de referencia. En este caso, el nodo de referencia es el nodo 1, de modo que este índice solo comprende el nodo de carga, así que  $k = 2$ .  $P_k$  y  $Q_k$  indican la potencia activa y reactiva neta inyectada al nodo y dependen de las inyecciones de generación de potencias real y reactiva, dadas por  $P_k^G$  y  $Q_k^G$ , y de las extracciones (demanda) de potencias real y reactiva,  $P_k^D$  y  $Q_k^D$ . Estas magnitudes se relacionan, para el caso  $k = 2$ , como sigue [5]:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_2^G - P_2^D, \\ Q_2 &= Q_2^G - Q_2^D. \end{aligned} \quad (2)$$

Por su parte, tanto  $G$  como  $B$  son la componente real e imaginaria de elementos de una matriz que se construye con los parámetros de la red, en este caso, los parámetros de la única línea de transmisión<sup>1</sup>.

El desarrollo de las ecuaciones del sistema (1) es:

$$\begin{aligned} P_2 &= [x_2(x_1 G_{21} - y_1 B_{21}) + y_2(y_1 G_{21} + x_1 B_{21})] + [x_2(x_2 G_{22} - y_2 B_{22}) + y_2(y_2 G_{22} + x_2 B_{22})], \\ Q_2 &= [y_2(x_1 G_{21} - y_1 B_{21}) - x_2(y_1 G_{21} + x_1 B_{21})] + [y_2(x_2 G_{22} - y_2 B_{22}) - x_2(y_2 G_{22} + x_2 B_{22})]. \end{aligned} \quad (3)$$

5

Note que el conjunto de ecuaciones (3) forma un sistema no-lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas,  $x_2$  e  $y_2$ , que son la parte real e imaginaria del voltaje en el nodo de consumo, respectivamente. Es decir, al resolver ese sistema de ecuaciones no lineales, estaremos encontrando el valor del voltaje en el nodo 2, para cierta cantidad de potencia real y reactiva, lo cual constituye el objetivo principal del estudio conocido como *problema de flujos de potencia*.

Para estudiar el comportamiento del voltaje ante diferentes niveles de demanda, se considerará un escenario de baja demanda, otro intermedio y un tercer escenario que modele una alta demanda [4], como se muestra en la Tabla 1:

TABLA 1. ESCENARIOS.

| Escenario   | Demanda                                             |
|-------------|-----------------------------------------------------|
| Baja,       | $P_2^D = 200 \text{ MW}, Q_2^D = 100 \text{ Mvar}.$ |
| Intermedia, | $P_2^D = 300 \text{ MW}, Q_2^D = 150 \text{ Mvar}.$ |
| Alta,       | $P_2^D = 400 \text{ MW}, Q_2^D = 200 \text{ Mvar}.$ |

Por su parte, el voltaje en el nodo de referencia estará dado por  $v_1 = x_1 + jy_1 = 1.0 + j0.0$  y el valor de la reactancia de la línea de transmisión en *por unidad* (*pu*) será de 0.1 (potencia base de 100 MVA).

**Consideraciones en la notación.** Al tener como único punto de interés el nodo de consumo, y por simplicidad en la notación, en lo subsecuente se usará  $x$  e  $y$  en lugar de  $x_2$  e  $y_2$ , y  $P$  y  $Q$  en lugar de  $P_2$  y  $Q_2$ .

<sup>1</sup> A esta matriz se le conoce como matriz de admitancias nodal  $Y_{bus}$ , y su desarrollo se encuentra en el Apéndice B.

### III. SISTEMAS NO LINEALES: SOLUCIONES Y SU INTERPRETACIÓN FÍSICA

Los sistemas de ecuaciones en ingeniería son de uso cotidiano, en este caso, el conjunto de ecuaciones (3) forman un sistema de ecuaciones no-lineales que puede ser resuelto por medio de sustitución debido a que una de las dos ecuaciones es lineal, tal como se verá a continuación.

A. **DEMANDA BAJA:**  $P_2^D = 200 \text{ MW}$  y  $Q_2^D = 100 \text{ Mvar}$

Normalizando la demanda a valores por unidad con la base de 100 MVA y considerando las ecuaciones (2), las potencias netas en el nodo de carga son:  $P = -2.0$  y  $Q = -1.0$  (no hay inyección local de potencias,  $P_2^G$  y  $Q_2^G$ ).

Usando los valores de las componentes de los elementos de la matriz de admitancias dados en el Apéndice B y sabiendo que  $x_1 = 1.0$  e  $y_1 = 0.0$  (componentes del voltaje en el nodo de referencia), las ecuaciones (3) quedan:

$$2 = -10y \quad (4)$$

$$1 = 10x - 10y^2 - 10x^2 \quad (5)$$

De la ecuación (4):

$$y = -\frac{1}{5} \quad (6)$$

Sustituyendo esto en (5) y reordenando:

$$50x^2 - 50x + 7 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática se tiene:

$$x^{(1)} = \frac{5 - \sqrt{11}}{10} \quad \text{y} \quad x^{(2)} = \frac{5 + \sqrt{11}}{10} \quad (7)$$

Combinando (6) y (7) se tiene que las soluciones del sistema de ecuaciones no lineales (4) y (5) son:

$$\left(\frac{5 - \sqrt{11}}{10}, -\frac{1}{5}\right) \quad \text{y} \quad \left(\frac{5 + \sqrt{11}}{10}, -\frac{1}{5}\right) \quad (8)$$

Es decir, el voltaje en el nodo de consumo podría tomar alguno de los dos valores obtenidos:

$$v_2^{(1)} = 0.1683 - j0.2 \quad \text{o} \quad v_2^{(2)} = 0.8317 - j0.2$$

Bajo estas condiciones, la solución esperada en operación real es aquella en donde la magnitud del voltaje esté cercana a 1 pu y el ángulo de desfase respecto al nodo de referencia no sea demasiado grande, o podría haber problemas físicos que se explican en el Apéndice A.

En forma polar, los voltajes obtenidos son:

$$v_2^{(1)} = 0.26\angle -49.91^\circ \quad \text{o} \quad v_2^{(2)} = 0.86\angle -13.52^\circ$$

de modo que la solución esperada en el escenario de baja demanda es  $v_2^{(2)}$ .

#### B. DEMANDA MEDIA: $P_2^D = 300 \text{ MW}$ y $Q_2^D = 150 \text{ Mvar}$

Considere que la demanda en el punto de consumo crece en un 50 % de su valor original, entonces el sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{aligned} 3 &= -10y, \\ 1.5 &= 10x - 10y^2 - 10x^2 \end{aligned}$$

Procediendo como en el escenario de baja demanda, las soluciones de este sistema de ecuaciones no lineales son:

$$\left(\frac{2}{5}, -\frac{3}{10}\right) \quad \text{y} \quad \left(\frac{3}{5}, -\frac{3}{10}\right) \quad (9)$$

Es decir, el voltaje en el nodo de consumo podría tomar alguno de los siguientes valores obtenidos:

$$v_2^{(1)} = 0.4 - j0.3 \quad \text{o} \quad v_2^{(2)} = 0.6 - j0.3$$

En forma polar:

$$v_2^{(1)} = 0.5\angle -36.87^\circ \quad \text{o} \quad v_2^{(2)} = 0.67\angle -26.57^\circ$$

Aunque ambas soluciones no son satisfactorias en términos de magnitud, en este escenario de demanda intermedia,  $v_2^{(2)}$  representaría la solución física más deseable.

#### C. DEMANDA ALTA: $P_2^D = 400 \text{ MW}$ y $Q_2^D = 200 \text{ Mvar}$

Con un crecimiento del 100 % del valor original de la demanda, el sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{aligned} 4 &= -10y \\ 2 &= 10x - 10y^2 - 10x^2 \end{aligned}$$

y en este caso las soluciones de este sistema de ecuaciones no lineales son:

$$\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{11}}{10}, -\frac{2}{5}\right) \quad \text{y} \quad \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{11}}{10}, -\frac{2}{5}\right) \quad (10)$$

Note que en ambas soluciones, el resultado para la parte real del voltaje  $v_2$  es un número complejo (representado mediante una unidad imaginaria distinta por claridad notacional). Sin embargo, esto no implica un cambio de campo algebraico considerado, sino la ausencia de una solución físicamente realizable, lo que indica que la demanda de potencia es demasiado alta o que la reactancia de la línea es insuficiente para sostener el flujo de potencia, lo cual llevaría, en cualquier caso, a un colapso del sistema<sup>2</sup>.

#### IV. LA PARÁBOLA COMO FRONTERA DE OPERACIÓN

En el escenario de demanda alta resuelto en la sección anterior, se observa que las soluciones reales para el voltaje dejan de existir, poniendo en riesgo la sana operación del sistema eléctrico. El patrón de demanda que generó esta situación fue  $(P_2^D, Q_2^D) = (400, 200)$ . Dado este hallazgo, es válido preguntar: ¿qué sucede, por ejemplo, con la distribución  $(200, 400)$ ? ¿Existe algún otro caso de demanda que provoque un resultado similar? Si es así, ¿cuántos, y más aún, cuáles combinaciones  $(P_2^D, Q_2^D)$  podrían comprometer la operación del sistema?

Con el fin de responder a las preguntas anteriores, se puede plantear el mismo sistema de ecuaciones no lineales, considerando la demanda como un par de parámetros que pueden asumir cualquier combinación de valores. De esta manera, es posible explorar para qué valores de  $(P_2^D, Q_2^D)$  se obtiene una solución físicamente factible. Así, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$P = -10y \quad (11)$$

$$Q = 10x - 10y^2 - 10x^2 \quad (12)$$

Siguiendo el procedimiento de sustitución descrito en el escenario de demanda baja, se despeja  $y$  de la ecuación (11) en función de  $P$ , obteniéndose:

$$y = -\frac{P}{10} \quad (13)$$

Sustituyendo esto en la ecuación (12):

$$Q = 10x - \frac{P^2}{10} - 10x^2$$

Reescribiendo la expresión anterior como una ecuación cuadrática de  $x$ :

$$-10x^2 + 10x - \left(Q + \frac{P^2}{10}\right) = 0$$

Resolviendo:

$$x^{(1,2)} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 40Q - 4P^2}}{20} \quad (14)$$

<sup>2</sup> Sólo al introducir simultáneamente unidades imaginarias no equivalentes –por ejemplo, al considerar extensiones algebraicas como los números bicomplejos o los cuaterniones– se accede a estructuras algebraicas más generales [7], [8].

Combinando (13) y (14), se tiene que las soluciones del sistema de ecuaciones no-lineales (11) y (12) son:

$$\left( \frac{10 + \sqrt{100 - 40Q - 4P^2}}{20}, -\frac{P}{10} \right) \quad \text{y} \quad \left( \frac{10 - \sqrt{100 - 40Q - 4P^2}}{20}, -\frac{P}{10} \right)$$

Note que ahora la naturaleza de la solución para  $x$  (la parte real del voltaje) dependerá del valor del discriminante  $100 - 40Q - 4P^2$ , el cual definirá una región en donde el sistema de ecuaciones tendrá o no soluciones reales (Tabla 2).

TABLA 2  
CLASIFICACIÓN DE SOLUCIONES EN FUNCIÓN DE  $P$  Y  $Q$ .

| Condición              | Soluciones         | Escenario de demanda |
|------------------------|--------------------|----------------------|
| $100 - 40Q - 4P^2 > 0$ | Reales y distintas | Baja y media         |
| $100 - 40Q - 4P^2 < 0$ | Complejas          | Alta                 |

En caso de que  $100 - 40Q - 4P^2 = 0$ , las soluciones del sistema de ecuaciones (11)-(12) serán reales e iguales<sup>3</sup>. Esta estructura de soluciones reales e iguales se puede escribir como:

$$Q = -\frac{P^2}{10} + 2.5 \quad (15)$$

9

Esta ecuación cuadrática (15) forma una frontera que divide las soluciones reales de las complejas. En efecto, esa simple parábola invertida representa la frontera entre la solubilidad y la no-solubilidad (posible apagón) del problema estudiado (Fig. 2).

Con la finalidad de evitar la región donde no hay soluciones reales para el problema y que se reduzca el margen de estabilidad por el abatimiento significativo del voltaje, es muy importante monitorear de forma constante la distancia del punto de demanda actual de operación, a la curva que marca la frontera dada por la ecuación (15).

## V. SOLUCIÓN COMO UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

Una formulación alternativa al problema planteado en este trabajo es por medio de un problema de optimización de una función de varias variables sin restricciones [4], en el cual se busquen los puntos críticos que hacen que la función sea mínima e indiquen la calidad de la solución.

<sup>3</sup> Para obtener un par de valores que hagan cumplir la ecuación, basta con fijar un valor para  $P$ , por ejemplo  $P = 3$  y resolver para  $Q$ , que en este caso resulta en  $Q = 1.6$ . Se puede comprobar que ahora el sistema de ecuaciones tiene la solución  $x = 0.5$ ,  $y = 0.3$ .

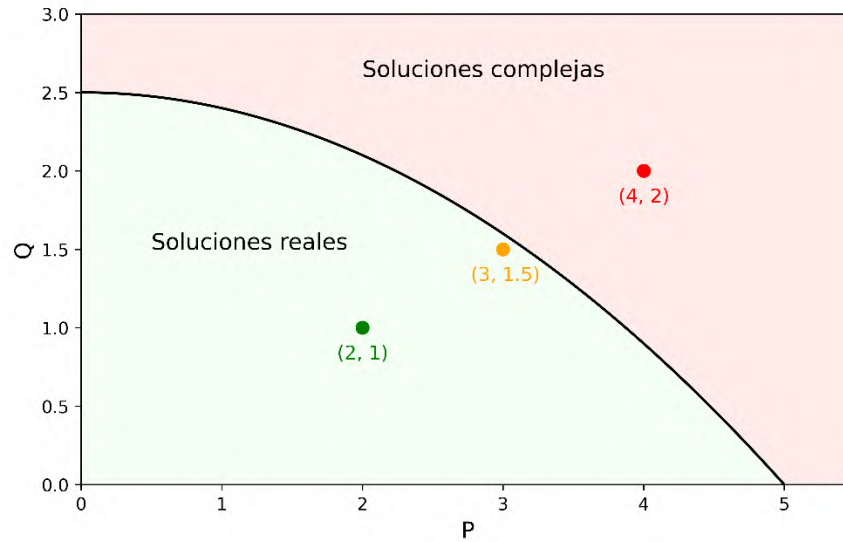


Fig. 2. Frontera de solubilidad en el plano  $P - Q$ .

Si se compacta a las demandas  $P$  y  $Q$  en un vector  $\mathbf{S}$  y a las funciones  $f_1(x, y) = -10y$  y  $f_2(x, y) = 10x - 10y - 10x^2$  en un vector  $\mathbf{f}$ :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10y \\ 10x - 10y - 10x^2 \end{bmatrix}.$$

Con lo anterior, el sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas formado por (11) y (12) se puede escribir como:

$$\mathbf{S} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (16)$$

en donde,  $\mathbf{x} = [x, y]^T$  es el vector de incógnitas que contiene la componente real ( $x$ ) e imaginaria ( $y$ ) del voltaje en el nodo de consumo.

Si la ecuación (16) se escribe como  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{S} = \mathbf{0}$ , se puede definir al lado izquierdo de ésta como una función residual,  $\mathbf{r}(x, y)$ , es decir:

$$\mathbf{r}(x, y) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{S} = \begin{bmatrix} f_1(x, y) - P \\ f_2(x, y) - Q \end{bmatrix} \quad (17)$$

Esta función indicaría si la solución encontrada  $(x, y)$  es capaz de satisfacer la demanda. Por ejemplo, en la expresión (8) se muestran las soluciones obtenidas para el caso en el que  $P = 2$  y  $Q = 1$ . Evaluando cualquier solución de (8) en  $f_1$  y  $f_2$ , se tiene que:

$$f_1\left(\frac{5-\sqrt{11}}{10}, -\frac{1}{5}\right) = 2 \quad \text{y} \quad f_2\left(\frac{5-\sqrt{11}}{10}, -\frac{1}{5}\right) = 1$$

lo que significa que, en el escenario de baja demanda:

$$f_1(x, y) - P = 0 \quad y \quad f_2(x, y) - Q = 0$$

o lo que es lo mismo:

$$\mathbf{r}_{\text{Baja}} = [0, 0]^T$$

Haciendo lo propio con los otros dos escenarios, la función residual queda:

$$\mathbf{r}_{\text{Media}} = [0, 0]^T, \quad \mathbf{r}_{\text{Alta}} = [0, -1.1]^T$$

Note que para los escenarios 1 y 2, las soluciones satisfacen la demanda tanto para  $P$  como para  $Q$ . Sin embargo, en  $\mathbf{r}_{\text{Alta}}$  se observa que con la configuración actual del sistema no es posible suministrar la potencia reactiva  $Q$  requerida en el nodo de carga, lo cual podría deberse a una limitación en la capacidad de generación de potencia reactiva del nodo generador o a restricciones impuestas por la impedancia de la línea de transmisión.

Analizando lo anterior, parece razonable plantearse la búsqueda de los valores de  $x$  y  $y$  que hacen que la diferencia dada por la función residual sea mínima en cada componente, esperando hacer cumplir (16). Con esta idea, se puede definir el siguiente problema de minimización sin restricciones de la función de error cuadrático<sup>4</sup> [4]:

$$\min_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{S}\|^2 \quad (18)$$

Desarrollando (18) se obtiene una función de dos variables dada por:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} [(-10y - P)^2 + (10x - 10y^2 - 10x^2 - Q)^2] \quad (19)$$

### A. PUNTOS CRÍTICOS

Se sabe que, si una función de varias variables sin restricciones como (19) tiene un extremo local en un punto, entonces ese punto es un punto crítico [9], [10], lo que significa que:

$$\nabla F(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (20)$$

Para el escenario de baja demanda ( $P = 2$  y  $Q = 1$ ), el sistema de ecuaciones que resulta de (20) es:

$$\begin{aligned} (10x - 10y^2 - 10x^2 - 1)(10 - 20x) &= 0 \\ 2 + 12y - 20xy + 20x^2y + 20y^3 &= 0 \end{aligned}$$

<sup>4</sup> En el Apéndice C se puede consultar la deducción de esta expresión para la función objetivo.

Para el *escenario de demanda media* ( $P = 3$  y  $Q = 1.5$ ):

$$\begin{aligned}(10x - 10y^2 - 10x^2 - 1.5)(10 - 20x) &= 0 \\ 3 + 13y - 20xy + 20x^2y + 20y^3 &= 0\end{aligned}$$

Para el *escenario de demanda alta* ( $P = 4$  y  $Q = 2$ ):

$$\begin{aligned}(10x - 10y^2 - 10x^2 - 2)(10 - 20x) &= 0 \\ 4 + 14y - 20xy + 20x^2y + 20y^3 &= 0\end{aligned}$$

Las soluciones para cada sistema son las que se obtuvieron en la sección anterior y están dadas por los pares de puntos (8), (9) y (10), respectivamente.

Por otro lado, la generalización del sistema de ecuaciones no lineales en el espacio de parámetros  $P - Q$  que resulta de (20), está dado por:

$$(10x - 10y^2 - 10x^2 - Q)(10 - 20x) = 0 \quad (21)$$

$$P + (10 + 2Q)y - 20xy + 20x^2y + 20y^3 = 0 \quad (22)$$

Para resolver el sistema (21)-(22), se observa que (21) se satisface siempre que alguna de las siguientes dos situaciones se cumpla:

$$10x - 10y^2 - 10x^2 - Q = 0 \quad \text{o} \quad 10 - 20x = 0$$

– Considerando la primera opción, si

$$10x - 10y^2 - 10x^2 - Q = 0$$

entonces:

$$10x - 10x^2 - 10y^2 = Q \quad (23)$$

Sustituyendo esto en la ecuación (22), se obtiene:

$$P + 10y = 0$$

Por lo que:

$$y = -\frac{P}{10} \quad (24)$$

Sustituyendo en (23), y luego de reacomodar y simplificar se llega a:

$$x^2 - x + \frac{Q + \frac{P^2}{10}}{10} = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$x^{(1,2)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \left( \frac{Q + \frac{P^2}{10}}{10} \right)}}{2} \quad (25)$$

Combinando (24) con (25), los puntos críticos de la función para esta primera situación son:

$$\left( \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{10} \left( Q + \frac{P^2}{10} \right)}}{2}, -\frac{P}{10} \right) \quad \text{y} \quad \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4}{10} \left( Q + \frac{P^2}{10} \right)}}{2}, -\frac{P}{10} \right) \quad (26)$$

Estos son los valores de  $(x, y)$  donde la función alcanza su mínimo, siempre que la condición sobre la raíz cuadrada sea válida, y la región será válida si el discriminante:

$$1 - \frac{4}{10} \left( Q + \frac{P^2}{10} \right) \geq 0$$

que se cumple siempre que:

$$Q \leq -\frac{P^2}{10} + 2.5$$

Esta expresión representa una región en el plano  $P - Q$  debajo de la parábola, dada por la ecuación:

$$Q = -\frac{P^2}{10} + 2.5$$

que es la misma ecuación frontera dada por (15).

- Considerando la segunda opción, si

$$10 - 20x = 0$$

entonces se obtiene de forma directa que:

$$x = \frac{1}{2} \quad (27)$$

Por otro lado, el valor de  $Q$  dado por (23) genera el resultado para  $y$  vía la ecuación (22), de modo que, sustituyendo (27) en (23) y resolviendo para  $y$  se obtiene:

$$y = \pm \sqrt{\frac{2.5 - Q}{10}} \quad (28)$$

Es decir, combinando (27) y (28), otro par de puntos críticos de la función son:

$$\left(\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{2.5-Q}{10}}\right) \quad \text{y} \quad \left(\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{2.5-Q}{10}}\right) \quad (29)$$

Note que en este caso la parte imaginaria del voltaje depende directamente de  $Q$ , y que para que la solución sea real se debe cumplir que  $Q \leq 2.5$ , en caso contrario, el sistema no puede operar en este punto crítico con el flujo de potencia reactiva especificado.

En resumen, existen cuatro puntos críticos para la función, dados por las expresiones (26) y (29), que por comodidad se reescriben a continuación:

$$\left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{10}\left(Q + \frac{P^2}{10}\right)}}{2}, -\frac{P}{10}\right), \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4}{10}\left(Q + \frac{P^2}{10}\right)}}{2}, -\frac{P}{10}\right), \left(\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{2.5-Q}{10}}\right) \text{ y } \left(\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{2.5-Q}{10}}\right) \quad (30)$$

## B. MATRIZ HESSIANA (CRITERIO DE LAS SEGUNDAS DERIVADAS PARCIALES)

La matriz hessiana  $H$  es una matriz cuadrada que contiene todas las segundas derivadas parciales de una función de varias variables, y permite identificar si los puntos críticos obtenidos son máximos, mínimos o puntos silla en problemas de optimización sin restricciones, como el que se presenta ahora. La matriz hessiana de una función  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de  $n$  variables, es una matriz de orden  $n \times n$  que se define como [10], [11]:

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

La condición que debe cumplir un punto crítico  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  para que sea un mínimo local es que la Hessiana sea una *matriz definida positiva*; es decir, que todos sus menores principales superiores izquierdos tengan determinante positivo [10], [11].

Para una función de dos variables  $F(x, y)$ , la Hessiana es:

$$H(F) = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{xy} \\ F_{yx} & F_{yy} \end{bmatrix}$$

El criterio de definitud se simplifica entonces a:

- El determinante de la Hessiana debe ser positivo:  $\det H(F) > 0$ .
- El primer menor principal (el primer elemento de la diagonal),  $F_{xx}$ , es positivo:  $F_{xx} > 0$ .

Esto corresponde al *criterio de las segundas derivadas parciales*, que dice [9]: “Dado el punto crítico  $(a, b)$ , para buscar los extremos relativos de  $F$ , considérese la cantidad

$$d = F_{xx}(a, b) F_{yy}(a, b) - [F_{xy}(a, b)]^2$$

Si  $d > 0$  y  $F_{xx}(a, b) > 0$ , entonces  $F$  tiene un **mínimo local** en  $(a, b)$ .”

Note que  $d > 0$  es la condición del determinante de la Hessiana, mientras que  $F_{xx}(a, b) > 0$  es el valor del primer menor principal.

Los demás criterios son: Si  $d > 0$  y  $F_{xx}(a, b) < 0$ , entonces  $F$  tiene un **máximo local** en  $(a, b)$ . Si  $d < 0$ , entonces  $F$  tiene un **punto silla** en  $(a, b)$ . Si  $d = 0$ , el criterio no lleva a **ninguna conclusión**.

De esta forma, la matriz hessiana de la función  $F(x)$  dada en (19), queda:

$$H = \begin{bmatrix} (10 - 20x)^2 - 20(10x - 10y^2 - 10x^2 - Q) & -20y(10 - 20x) \\ -20y(10 - 20x) & 100 + 400y^2 - 20(10x - 10y^2 - 10x^2 - Q) \end{bmatrix}$$

Para el *escenario de baja demanda* ( $P = 2$  y  $Q = 1$ ), los puntos críticos obtenidos en (30) son:

$$(0.832, -0.2), (0.168, -0.2), (0.5, 0.387) \text{ y } (0.5, -0.387).$$

Analizando  $(0.832, -0.2)$ , la matriz hessiana queda:

$$H(0.832, -0.2) = \begin{bmatrix} 44.1344 & -26.56 \\ -26.56 & 116.0448 \end{bmatrix}$$

Como el determinante de la matriz hessiana,  $\det(H) = 4416.1340 > 0$ , y el primer menor principal  $H_{11}(0.832, -0.2) = 44.1344 > 0$ , se concluye que el punto  $(0.832, -0.2)$  es un *mínimo local*. El valor mínimo en este punto crítico es  $F(0.832, -0.2) = 2.5088 \times 10^{-6}$ . Este punto crítico  $(0.832, -0.2)$  es la solución  $v_2^{(2)}$  obtenida en la sección III-A.

En la Tabla 3 se muestra un resumen de resultados para el escenario de demanda baja en cada uno de los puntos críticos; se invita a verificar estos cálculos y a completar la tabla para los demás escenarios.

TABLA 3  
ANÁLISIS DE LOS PUNTOS CRÍTICOS PARA EL ESCENARIO DE DEMANDA BAJA.

| Punto crítico | det(H)    | H <sub>11</sub> | Evaluación de f | Conclusión  |
|---------------|-----------|-----------------|-----------------|-------------|
| (0.832, -0.2) | 4416.1340 | 44.1344         | 2.5088e-06      | Mínimo      |
| (0.168, -0.2) | 4416.1340 | 44.1344         | 2.5088e-06      | Mínimo      |
| (0.5, 0.387)  | -7.3856   | -4.62e-02       | 17.2285         | Punto silla |
| (0.5, -0.387) | -7.3856   | -4.62e-02       | 1.7485          | Punto silla |

Finalmente, en las Fig. 3, 4 y 5 se muestran tanto la superficie como las curvas de nivel de la función (19) para los tres escenarios estudiados.

Las curvas indican el valor de la función objetivo (error cuadrático, que tiene que ver con la calidad de las soluciones encontradas) en el espacio de los valores de las componentes real e imaginaria  $x$  e  $y$  del voltaje en el nodo de carga. En cada línea de contorno mostrada se puede encontrar la pareja  $x, y$  para la cual el valor del error cuadrático es exactamente el mismo. Es decir, las curvas de nivel permiten identificar valores constantes de  $z$  para un conjunto de puntos  $(x, y)$ .

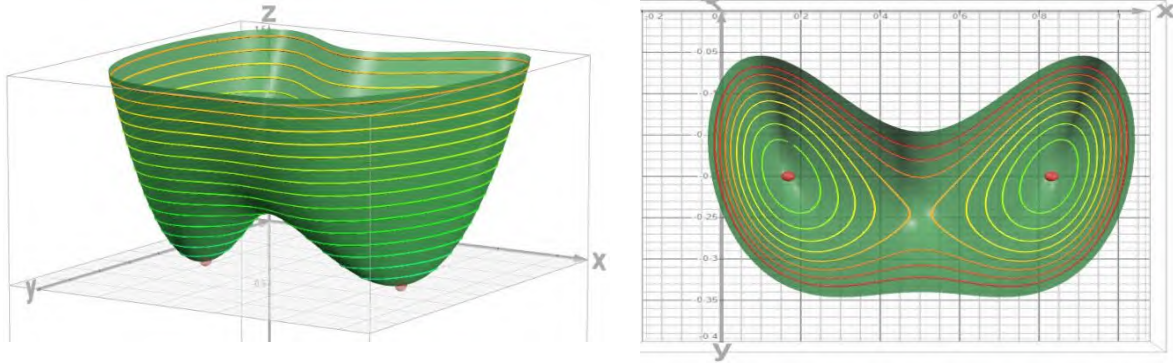


Fig. 3. Superficie y curvas de nivel para  $P = 2$  y  $Q = 1$ .

16

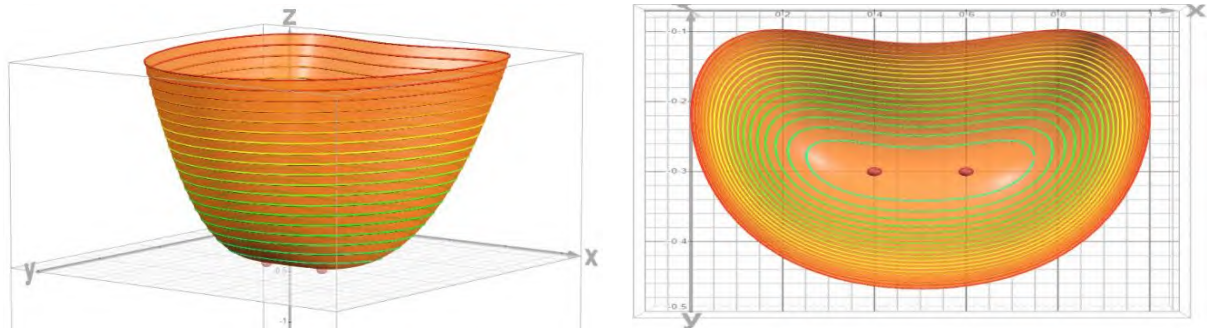


Fig. 4. Superficie y curvas de nivel para  $P = 3$  y  $Q = 1.5$ .

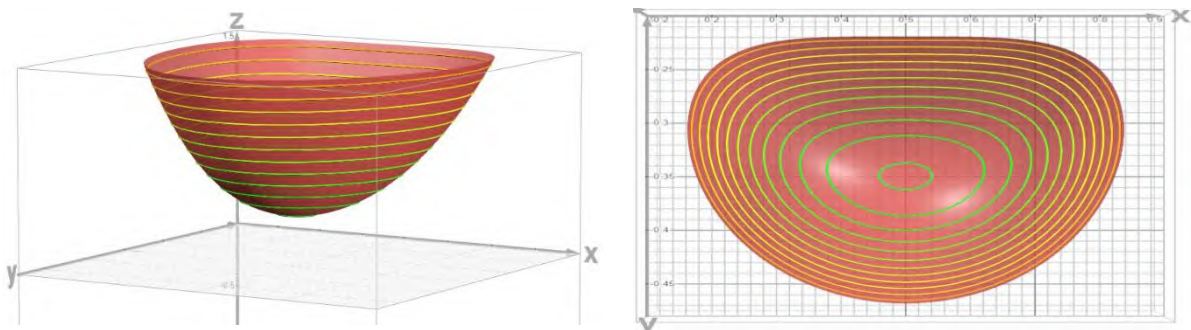


Fig. 5. Superficie y curvas de nivel para  $P = 4$  y  $Q = 2$ .

## VI. COMPARACIÓN DE ENFOQUES: SISTEMAS NO LINEALES VS. OPTIMIZACIÓN

Al comparar los dos enfoques aplicados en este trabajo –el sistema de ecuaciones no lineales y la formulación de optimización– se observa una aparente disparidad: mientras que desde la perspectiva de ecuaciones no lineales puede no existir solución real, la formulación de optimización siempre entrega un mínimo de la función de error, incluso cuando no se cumplen exactamente las ecuaciones originales.

Esto se debe a que la función  $F(x, y)$  representa el error cuadrático asociado a las ecuaciones no lineales (11)-(12), cuantificando qué tan cerca está un par  $(x, y)$  de satisfacer el balance de potencias. En ausencia de solución exacta, el mínimo de  $F(x, y)$  indica la *mejor aproximación posible* dentro de las restricciones del sistema.

Por ejemplo, para  $P = 4, Q = 2$ :

- El sistema de ecuaciones no lineales no tiene solución real: al sustituir  $y = -\frac{P}{10} = -0.4$  en (12), el discriminante asociado es negativo.
- Sin embargo, al minimizar  $F(x, y)$ , se encuentra un mínimo global, lo cual significa que en la pareja  $(x, y)$  encontrada, el error es el menor posible, aunque no se satisfagan de forma exacta ambas ecuaciones no lineales de las que se parte.

En la Tabla 4 se muestra la comparación entre ambos enfoques.

TABLA 4.  
COMPARACIÓN ENTRE EL ENFOQUE DE SOLUCIÓN EXACTA Y EL ENFOQUE DE OPTIMIZACIÓN.

| Enfoque            | Objetivo                                                                                        | Existencia de soluciones                                                                      |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sistema no lineal. | Encontrar $(x, y)$ tal que se cumplan de forma <b>exacta</b> las ecuaciones de balance.         | No existe solución real si el sistema es inconsistente (por ejemplo, discriminante negativo). |
| Optimización.      | Encontrar $(x, y)$ tal que se <b>minimice el error</b> cuadrático en las ecuaciones de balance. | Siempre existe mínimo, aunque el error no sea cero.                                           |

## VII. CONCLUSIONES

Este estudio demuestra cómo conceptos matemáticos aparentemente sencillos pueden ofrecer interpretaciones físicas significativas en un problema de la ingeniería eléctrica. Por ejemplo:

- Se evidenció cómo una *parábola* puede funcionar como frontera de operación, separando las soluciones físicamente posibles de aquellas inviables, lo que además se convierte en recurso visual para comprender esos límites de operación.
- También se mostró que la formulación como *sistema de ecuaciones no lineales* permite identificar directamente soluciones exactas y detectar casos en los que la demanda no es sostenible.
- Por otra parte, la reformulación como un problema de optimización ofrece, en cambio, un mínimo de error cuadrático incluso cuando no existen soluciones exactas, proporcionando así una aproximación útil y continua del comportamiento del sistema.

Finalmente, se plantea que incorporar estos enfoques en la enseñanza podría ayudar a los estudiantes a vincular los conceptos abstractos con problemas reales, lo que potencialmente incrementaría su motivación y comprensión profunda de la materia.

## APÉNDICE A

### IMPORTANCIA DE UN NIVEL CORRECTO DE VOLTAJE

Aunque el sistema considerado en este estudio es un esquema simplificado de dos nodos, la necesidad de mantener el voltaje en el nodo de consumo dentro de márgenes adecuados (por ejemplo,  $\pm 5\%$  respecto al valor nominal) refleja una situación real en la operación de sistemas eléctricos. En el caso específico del sistema de potencia de dos nodos aquí estudiado (Fig. 1), se pueden presentar fenómenos de:

- **Bajo voltaje:**
  - **Pérdidas en la línea.** La potencia activa consumida en el nodo de carga  $P_2^D$ , depende del voltaje y corriente en ese punto, de acuerdo con:

$$P_2^D = |v_2| |I_2| \cos \theta$$

donde  $\theta$  es el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente en el nodo. Si el voltaje  $|v_2|$  disminuye, la demanda de corriente  $|I_2|$  debe aumentar para mantener el mismo nivel de potencia activa  $P_2^D$  demandada (asumiendo que el ángulo  $\theta$  se mantiene aproximadamente constante). Este incremento de corriente genera mayores pérdidas en la línea por efecto Joule, modeladas por:

$$P_{\text{pérdidas}} = |I_2|^2 R$$

donde  $R$  es la resistencia de la línea.

- **Disminución en la capacidad de transmisión.** El flujo de potencia activa en la línea que une los nodos 1 y 2 está dada por [5]:

$$P_{12} = \frac{|v_1| |v_2|}{X} \sin \delta_{12}$$

donde  $\delta_{12}$  es el ángulo de desfase entre los voltajes  $v_1$  y  $v_2$ . Dado que  $X$  es la reactancia (fija) de la línea de transmisión y que  $|v_1| = 1.0$  (fijo), una disminución en  $|v_2|$  reduce el producto  $|v_1| |v_2|$ , lo que puede llevar a una reducción de la potencia activa transmitida. En esta situación, el sistema podría no ser capaz de suministrar toda la potencia activa requerida por la carga, limitando el suministro de energía.

- **Sobrevoltaje:**
  - **Activación de protecciones.** Algunos dispositivos incluyen protecciones contra sobrevoltaje que los desconectan si el voltaje excede ciertos límites. En instalaciones industriales, un voltaje excesivo puede activar protecciones en motores, afectando así la producción.
  - **Circulación no deseada de reactivos en la red.** El flujo de potencia reactiva en la línea que une los nodos 1 y 2 está dado por [5]:

$$Q_{12} = \frac{|v_1|^2 - |v_1| |v_2| \cos \delta_{12}}{X}$$

Dado que  $X$  es fijo y  $|v_1| = 1.0$ , un aumento en  $|v_2|$  puede hacer que el término  $|v_1||v_2|\cos\delta_{12}$  se acerque o incluso supere a  $|v_1|^2$ , haciendo que  $Q_{12}$  disminuya o cambie de signo. Esta variación, y en particular el posible cambio de dirección del flujo ( $Q_{12} < 0$ ), puede provocar un reajuste en los niveles y rutas de circulación de la potencia reactiva en el sistema. Si este reajuste recae sobre elementos que no fueron diseñados para absorber o suministrar dicha potencia –como líneas, transformadores o bancos de capacitores en otras zonas–, estos podrían verse forzados a compensar el nuevo flujo, saliéndose de sus condiciones normales de operación.

Por ejemplo, si la potencia reactiva comienza a circular entre otro par de nodos  $kl$  incrementando  $Q_{kl}$ , se incrementará la corriente en esa línea, ya que [5], [6]:

$$I_{kl} = \frac{\sqrt{P_{kl}^2 + Q_{kl}^2}}{|V_k|}$$

lo cual provoca un aumento en las pérdidas por efecto Joule (ver pérdidas en la línea por bajo voltaje).

- **Pérdidas en la línea.** Las pérdidas por efecto corona están dadas por [6]:

$$P_{12}^{\text{corona}} = |v_{\text{op}}|^2 G_{12}$$

donde  $G_{12}$  es la conductancia asociada al efecto corona y  $|v_{\text{op}}|$  es el voltaje de operación de la línea. Este voltaje es el nivel al que normalmente opera dicha línea durante condiciones estables, y se refiere al voltaje entre conductores (fase-fase) o entre conductor y tierra (fase-tierra), dependiendo del sistema. En condiciones normales de operación, el voltaje a lo largo de una línea de transmisión suele mantenerse relativamente uniforme, por lo que puede aproximarse al valor medio entre los voltajes en sus extremos, siempre que no existan perturbaciones importantes o caídas de tensión significativas en la línea (condiciones transitorias o de falla).

Entonces, si el nodo de carga presenta un sobrevoltaje ( $v_2 \uparrow$ ), es razonable asumir que la línea también opera a un voltaje elevado, lo que intensifica la ionización del aire alrededor de los conductores y, por lo tanto, incrementa las pérdidas por efecto corona.

## APÉNDICE B

### CONSTRUCCIÓN DE $Y_{\text{BUS}}$

El sistema de dos nodos de la Fig. 1 consta de una sola línea de transmisión con una impedancia:

$$Z = R + jX = 0.0 + j 0.1 \text{ p.u.}$$

De este modo, la admitancia de la línea es:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{jX} = -j \frac{1}{0.1} = -j10 \text{ p.u.}$$

La matriz de admitancias nodales tiene la forma [5], [6]:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

donde

- $Y_{ii}$  (elementos diagonales) representan la admitancia propia de cada nodo.
- $Y_{ij}$  (elementos fuera de la diagonal) representan la admitancia mutua entre nodos.

La admitancia propia se calcula como suma de las admitancias de las líneas conectadas a él. Como solo hay una línea entre el nodo 1 y el nodo 2, con admitancia  $Y = -j10$ , se tiene:

$$Y_{11} = -j10 = Y_{22}$$

Por su parte, la admitancia mutua es simplemente el negativo de la admitancia de la línea, es decir:

$$Y_{12} = j10 = Y_{21} = -Y$$

Entonces:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{12} + jB_{12} \\ G_{21} + jB_{21} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - j10 & 0 + j10 \\ 0 + j10 & 0 - j10 \end{bmatrix}$$

es decir:

$$\begin{array}{cccc} G_{11} = 0 & B_{11} = -10 & G_{12} = 0 & B_{12} = 10 \\ G_{21} = 0 & B_{21} = 10 & G_{22} = 0 & B_{22} = -10 \end{array}$$

20

## APÉNDICE C

### DEDUCCIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

Una *función vectorial* es aquella cuya salida es un vector, sin importar si su entrada consiste en uno o varios números reales [9], [10]. La función residual (17) es un ejemplo de función vectorial, recibe dos números reales,  $x$  e  $y$ , y devuelve un vector de dos componentes,  $[r_1, r_2]$ .

Esto representa un inconveniente para los métodos de optimización, ya que éstos requieren una función objetivo escalar, es decir, una función cuya salida sea un número real a partir de entradas reales [11]. Dado que la función residual es vectorial, no puede minimizarse directamente; por ello, se define una función equivalente que condense la información de la residual en un solo valor real.

Primero se debe notar que, si  $f(x) - S$  es igual al vector cero (0) como sucede con  $r_{Baja}$  y  $r_{Media}$ , entonces su norma  $\|f(x) - S\|$  es igual a cero, pero de los reales (0), y ahora se cuenta con una función *escalar* de varias variables. Tomando este beneficio, se puede plantear el problema como:

$$\min_x \|f(x) - S\|$$

Sin embargo, al igual que la función valor absoluto para funciones de una variable, la norma de una función genera puntos en donde la derivada no existe (picos o puntos angulares desde el punto de vista geométrico) [12]. Esto podría ser un inconveniente para el uso de métodos de optimización numérica que utilizan las derivadas como parte de su algoritmo, como el método del gradiente o el método de Newton [11].

Una alternativa que evita lo anterior surge de la siguiente observación: Si la función  $\|f(x) - S\| = 0$  entonces el cuadrado de esa norma también lo es, es decir,  $\|f(x) - S\|^2 = 0$ . Esta última es ahora una función derivable en todos los puntos y podría definirse como la función objetivo buscada. Sin embargo, la derivada de esta función siempre agregará un 2 en todos los cálculos, el cual podría influir en el desempeño de los métodos de optimización numérica. Para solventar esta última dificultad, se puede agregar el coeficiente  $\frac{1}{2}$  a la función objetivo para quedar tal como se definió en el problema de optimización sin restricciones (18) de la sección V:

$$F(x) = \frac{1}{2} \|f(x) - S\|^2$$

Es importante mencionar que esta modificación no afecta a la ubicación de los mínimos, ya que éstos suceden siempre en los puntos en los que el gradiente de la función es cero y el coeficiente no genera cambios en éste.

Para verificar lo anterior, considere que  $g(x) = f(x) - S$ , y que se define como función objetivo a  $G_1(x) = \|g(x)\|^2$ , entonces:

$$\begin{aligned} \nabla G_1(x) &= \nabla \|g(x)\|^2 \\ &= \nabla (g^T g) \\ \nabla G_1(x) &= 2g \cdot \nabla g \end{aligned}$$

lo cual se anula siempre que  $g \cdot \nabla g = 0$ .

Por otro lado, si se define como función objetivo a  $G_2(x) = \frac{1}{2} \|g(x)\|^2$ , se tiene que:

$$\nabla G_2(x) = g \cdot \nabla g$$

lo cual también se anula cuando  $g \cdot \nabla g = 0$ .

Es decir, en ambos casos los puntos críticos ocurren cuando  $g \cdot \nabla g = 0$ , pero en el primer caso persiste un factor 2, mientras que en el segundo no.

**Nota:** En [4] se usa la expresión:

$$F(x) = \frac{1}{2} [f(x) - S]^T [f(x) - S]$$

en lugar de  $F(x) = \frac{1}{2} \|f(x) - S\|^2$ . Sin embargo, de las propiedades del producto interno, si  $v$  es un vector en  $R^n$ , entonces [9], [10]:

$$v^T \cdot v = |v|^2$$

### CRedit (Contributor Roles Taxonomy)

**Contribuciones de los autores:** Autor único.

**Financiamiento:** El autor declara que no se requirió de adquisición de fondos para este trabajo.

**Declaración de disponibilidad de datos:** Los datos se encuentran en las referencias citadas en el artículo.

**Agradecimientos:** El autor agradece profundamente a la profesora Daisy García García, el profesor Miguel Moreno Scoffi y al ingeniero Olivier Tovar Barragán por los comentarios que enriquecieron ampliamente este trabajo. En especial, agradezco a mi estudiante –y futuro ingeniero– Jesús Alberto Hernández Torres por replicar todos los cálculos presentados y por sus valiosas observaciones desde el punto de vista que considero más relevante para la retroalimentación de los profesores: el del alumno. Agradezco igualmente a los revisores su lectura cuidadosa, cuyo aporte fue fundamental para mejorar este trabajo.

**Conflicto de interés:** El autor declara que no existe conflicto de interés.

## REFERENCIAS

- [1] D. M. B. Dermitz, P. M. H. Jones, A. M. Medina, Z. O. Flores, “Análisis comparativo de planes de estudio de licenciaturas en ingeniería,” *Odiseo: Revista electrónica de pedagogía*, 2013, available: <https://odiseo.com.mx/articulos/analisis-comparativo-de-planes-de-estudio-de-licenciaturas-en-ingenieria>
- [2] J. A. F. Bravo, “Neurociencias y enseñanza de la matemática. Prólogo de algunos retos educativos,” *Revista Iberoamericana de Educación*, vol. 51, no. 3, enero 2010.
- [3] E. Rivera-Rivera, “El neuroaprendizaje en la enseñanza de las matemáticas: la nueva propuesta educativa,” *Entorno*, no. 67, pp. 157–168, 2019, available: <https://rieoei.org/RIE/article/view/1832>
- [4] T. J. Overbye, “A power flow measure for unsolvable cases,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 3, pp. 1359–1365, August 1994.
- [5] J. D. Glover, T. J. Overbye, M. S. Sarma, *Power Systems, Analysis and Design*, 6th ed., Cengage Learning, 2017.
- [6] A. Gómez-Expósito, A. J. Conejo, C. Cañizares, Eds., *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*. CRC Press, 2008.
- [7] C. del Buey de Andrés, “Todo es más sencillo con los hipercomplejos,” *La gaceta de la RSME*, vol. 22, no. 1, pp. 145–157, 2019.
- [8] D. C. Struppa, M. E. Luna-Elizarraras, M. Shapiro, A. Vajiac, *Bicomplex holomorphic functions: The algebra, geometry and analysis of bicomplex numbers*, 1st ed., Basel, Switzerland: Birkhauser, 2015.
- [9] R. Larson, B. H. Edwards, *Cálculo 2 de Varias Variables*, 9th ed., McGraw-Hill, 2010.
- [10] J. E. Marsden, A. J. Tromba, *Cálculo Vectorial*, 3rd ed., Addison-Wesley Iberoamericana, 1988.
- [11] E. K. P. Chong, S. H. Zak, *An Introduction to Optimization*, 4th ed., Wiley, 2013.
- [12] R. Larson, B. H. Edwards, *Cálculo*, 9th ed., McGraw-Hill, 2010.